
SECTIO SECUNDA.

De mensurâ refractionum.

SEZIONE SECONDA

Sulla misura delle rifrazioni

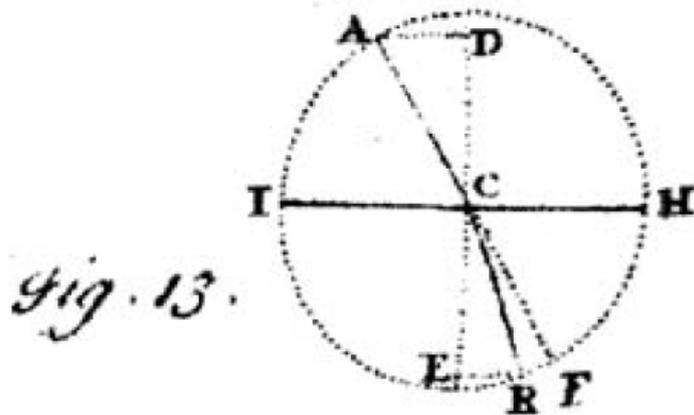
XXV. De mensurâ
refractionis dati generis
radiatorum, è quâvis
incidentiâ datâ



REFRACTIONES ope
angulorum, quos
incidentes & refracti
radii cum perpendicularo
refringentis plani constituunt,
quasi datam rationem habentium,
a veteribus determinatæ fuerant.

**25. Sulla misura della rifrazione
di un dato tipo di raggi e di
tutti i dati incidenti**

Le rifrazioni erano determinate
dagli antichi per mezzo degli
angoli che i raggi incidenti e
quelli rifratti formano con la
perpendicolare del piano
rifrangente, come se avessero un
dato aspetto.



Quemadmodum si in fig. 13. I H
sit planum refringens, cui linea D
C E ad aliquod ejus punctum C
perpendiculariter insistit, & in
illud C radius quilibet A C incidat,
& refringatur ad R; posito
refractum radium C R
in plano A C I jacere, quod
refringenti plano perpendicularare
est; supponere veteres, quod
angulus incidentiæ A C D,

Come se in fig. 13. Sia I H il piano
rifrangente la cui linea D C E
riposa perpendicolarmente su
un punto C, e qualsiasi raggio AC
cade su quel C, e viene rifratto su
R; postulando il raggio rifratto C
R giacere nel piano A C I, che è
perpendicolare al piano di
rifrazione; gli antichi
suppongono che l'angolo di
incidenza A C D, l'angolo di

angulus refractionis R C E, & angulus refractus R C F semper sint in datâ quâdam ratione; vel potius hypothesin credidêre fatis accuratam esse, ubi radii a perpendicolo non multum divaricant.

Sic in vitro statuerunt angulum refractionis quasi triplum esse anguli refracti.

Pag 36 - 49

At illa refractionum æstimatio minus exacta deprehenditur, quam ut pro fundamento Dioptrices debet statui, & Cartesius aliam regulam primus * excogitavit, quâ istud exactius determinaretur; ponendo dictorum angulorum sinus esse in ratione datâ.

* Postea Newtonus intellexit Snellium refractionis legem primum invenisse, & Cartesium suum theorema a consimili Snellii propositione deduxisse. Vid. Newtoni Principia in Schol. Prop. 96. Lib. I.

In fig. 13. si centro C & distantia quâlibet A C circulus describatur, secans radios præfatos in A & R, & ab istis punctis ad plani perpendiculum D C E demittantur normales A D & R E, ipsarum A D & R E proportio erit eadem perpetuo.

Cujus rei veritatem auctor non ineleganter demonstrasset, modo de causis physicis, quas

rifrazione R C E, e l'angolo rifratto R C F siano sempre in un dato rapporto; o meglio credere che sia vera l'ipotesi del destino, dove i raggi non divergono molto dalla perpendicolare.

Così determinarono che l'angolo di rifrazione nel vetro era tre volte l'angolo di rifrazione.

Ma questa stima delle rifrazioni si rivela meno esatta di quella che dovrebbe essere posta a fondamento di Dioptrice, e Cartesio fu il primo a ideare un'altra regola * con la quale questa potrebbe essere determinata più esattamente; postulando che il seno di detti angoli sia nel rapporto dato.

* Più tardi Newton si rese conto che Snell aveva scoperto per primo la legge della rifrazione e che Cartesio aveva derivato il suo teorema da una proposizione simile di Snell. Vedere I principi di Newton in Schol. Puntello. 96.Lib. IO.

Nella fig. 13. Se qualche cerchio AC si descrive con centro C e distanza AC, tagliando i suddetti raggi in A & R, e da questi punti si abbassano le normali A D & R E al piano perpendicolare D C E, la proporzione di A D & R E stessa sarà essere lo stesso per sempre.

L'autore non aveva dimostrato in modo inelegante la verità di questo fatto, ma non aveva

maxime refrangibiles in C P, ac innumeros alios, gradibus intermediis plus minus refrangibiles, per totum spatium T C P diffusos esse.

Pag 37 - 50

Jam si ducatur D C G perpendicularis ad planum refringens I H, & centro C distantia quavis A C circulus (ut prius) describatur, secans radios dictos in A, P, R, T, atque ex istis punctis demittantur perpendiculares A D, P G, R E, T F pro sinus angulorum A C D, P C G, R C E, T C F; pono, quod, utcunque radii incidant, tamen semper erit A D ad P G in eadem ratione; quae semel cognita regulam habes pro refractione radiorum maxime refrangibilium in eadem superficiem ad angulum quemvis incidentium mensuranda: Et sic semper erit A D ad T F in eadem ratione, quae cognita regulam habes quaecumque refractionis minime refrangibilium in quavis incidentia determinabitur.

Atque idem de ratione ipsius A D ad R E, & ad sinum cujusvis intermedi generis concipiatur.

XXVI. De conferendis refractionibus radiorum diversi generis.

rifratti in C P, e innumerevoli altri, più o meno rifrattabili nei gradi intermedi, sono diffusi in tutto lo spazio T C P.

Ora, se si traccia D C G perpendicolare al piano rifrangente I H, e a distanza qualunque dal centro C, si descriverà (come prima) un cerchio A C, sezionando detti raggi in A, P, R, T, e da questi punti si tracci le perpendicolari A D, P G, R E, T F si lasciano scendere dagli angoli A C D, P C G, R C E, T C F; Suppongo che, qualunque sia la caduta dei raggi, ci saranno sempre AD e PG nella stessa proporzione; una volta conosciuta la regola per la rifrazione dei raggi più rifrattabili sulla stessa superficie per misurare qualsiasi angolo di incidenza: E così sarà sempre AD a T F nello stesso rapporto in cui conosci la regola per cui la rifrazione dei raggi sarà determinato il meno rifrangente a qualsiasi incidenza.

E lo stesso si consideri per il rapporto tra AD e RE, e per la tasca di ogni specie intermedia.

26. Confrontando le rifrazioni di raggi di diversa natura.

PORRO autem, cum sinus P G, R E, T F cæterique datam habeant rationem ad sinum A D, datam quoque rationem inter sese habebunt; atque adeo, si ex unicâ observatione proportionem sinuum P G, R E, T F & reliquorum ad radios ex eâdem incidentiâ refractos pertinentium cogoveris, regulam exinde habebis, quâcum ex sinu refractionis cujusvis generis radiorum & in istam superficiem utcunque incidentium dato, cæterorum omnium ex eâdem incidentiâ prolabantium sinus elicias, licet quæmam sit eorum incidentia non innotuerit.

Pag 38 – 51

Quinimo, si omnium A D, T F, R E, P G, &c. proportiones inter se semel cognoscantur, habito respectu ad eadem media refringentia, regulam habes pro cæteris omnibus exquirendis ex unico quovis unquam dato.

Itaque, quo rationes istorum sinuum investigentur, convenit, ut in aliquo radiorum genere proportio sinus incidentiæ ad sinum refractionis primum exquiratur; deinde, ut proportionem sinuum refractionis pro radiis diversorum generum,

Inoltre siccome i seni PG, RE, T F e gli altri hanno col seno AD un rapporto dato, avranno anche tra loro un rapporto dato. e così, se con una sola osservazione conoscerai la proporzione dei seni PG, RE, T F, e il resto relativo ai raggi rifratti dallo stesso incidente, avrai da ciò una regola, con la quale dal seno di rifrazione di ogni specie di raggi, e in quella superficie qualunque sia l'incidenza data, di tutti gli altri dalla stessa incidenza per far emergere le baie, sebbene non sapesse quale fosse la loro incidenza.

Infatti se tutti A D, T F, R E, P G, ecc. Conosciute le reciproche proporzioni, tenuto conto degli stessi mezzi rifrangenti, hai regola che tutto il resto si debba ricercare dall'unica cosa che mai sia stata data.

Quando si vogliono dunque indagare le ragioni di questi seni, è opportuno che in alcune specie di raggi si cerchi prima la proporzione tra il seno di incidenza e il seno di rifrazione; quindi si possono determinare le proporzioni dei seni di rifrazione per raggi di diversa specie, con lo stesso angolo di incidenza.

ad eundem angulum incidentium,
determinentur.

XXVII. Ad sinus incidentie &
refractionis conferendos
adhibetur mediocre genus
radiatorum.

Ao finis incidentiæ cum sinibus
refractionis conferendos,
commodum erit, ut medium
genus eligatur, pura genus illud
radiatorum, qui viriditatem vel
potius colorem viridi & cæruleo
intermedium, exhibent.

Credo enim illos, qui refractiones
antehac mensuravêre (sive id
factum sit, ut jam dicta
hypothesis Cartesii probaretur,
sive aliis de causis) credo illos,
inquam, mensuram instituisse ad
medietatem refractæ lucis; hoc
est, si spatium a coloribus
occupatum spectemus, ad
confinium viridis & cærulei: Aut
si spectemus quantitatem, ad
medietatem viridis; & præterea
punctum istud pro principali foco
lentium habendum esse videtur,
in quod intermedium genus
radiatorum convergit.

Pag 39 – 52

Atque etiam, si quando de radiis
indistincte differendum est, ut
hactenus apud Opticæ peritos
consueverit, genus mediocre
commodius quam extremorum

27 Un tipo medio di raggi viene utilizzato per contribuire all'incidenza e alla rifrazione del seno.

Per confrontare la finezza
dell'incidenza con le curve di
rifrazione, converrà scegliere la
classe media, quella classe pura
di raggi che presentano il verde,
ossia un colore intermedio tra il
verde e l'azzurro.

Credo che coloro che in
precedenza misurarono le
rifrazioni (sia che ciò avvenisse
per provare l'ipotesi di Cartesio
già menzionata, sia per altre
ragioni) credo che essi, dico,
istituirono una misurazione per
la metà della luce rifratta; cioè se
guardiamo lo spazio occupato
dai colori, al confine del verde e
dell'azzurro: oppure se
guardiamo la quantità, al centro
del verde; e inoltre quel punto
sembra essere considerato come
il fuoco principale delle lenti, in
cui converge la classe
intermedia dei raggi.

E inoltre, se in qualche momento
fosse necessario differenziarsi
indistintamente dai raggi, come
è stato finora consueto tra gli
esperti di ottica, un tipo

aliquod pro omnibus haberi potest.

XXVIII. Modus explorandi sinuum istorum rationes

PORRO, cum forte desideretur accuratius examen dictæ regulæ.

Cartesianæ, quam antehac instituebatur, dum varia radiorum refrangibilitas experientes latuit, primo dicam, quo pacto id non incommode siat.

Quoniam fluidi pellucidi superficies refringentes facile possint inclinari ad quemvis dicitum angulum, quod solido non est concessum, fluida in hunc sinem fuerunt adhibita; sed in instrumento magis laborioso, quam opus erat, & erroribus forte magis obnoxio, quam si omni apparatu privaretur, demptâ trabe cui vasculum aquæ plenum affigitur.

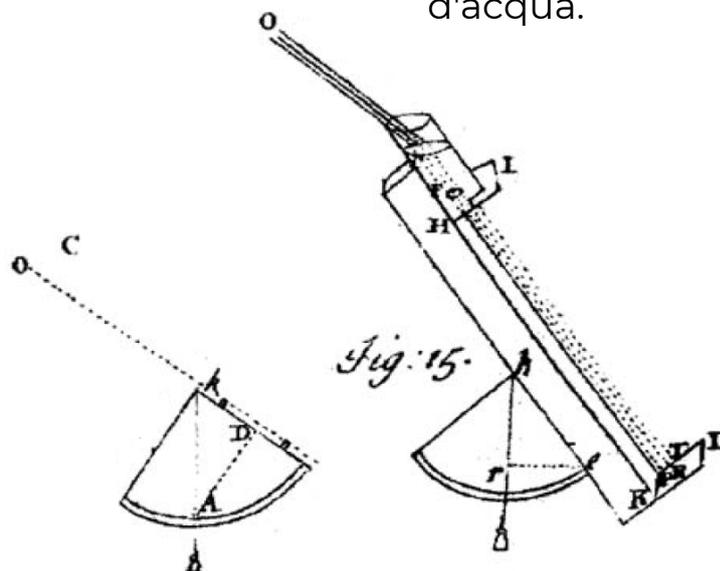
moderato può essere considerato più conveniente per tutti di alcuni estremi.

28. Metodo per approfondire le ragioni di codeste sinuosità

Inoltre, poiché forse è auspicabile un esame più approfondito di detta norma.

Dirò innanzitutto cartesiano, che era stato stabilito prima, mentre la diversa rifrattibilità dei raggi era nascosta agli sperimentatori, per quale accordo ciò non è scomodo.

Poiché le superfici rifrangenti dei fluidi trasparenti possono essere facilmente inclinate di qualsiasi angolo, cosa non consentita per un solido, in questo caso sono stati utilizzati dei fluidi; ma con un'installazione più laboriosa del necessario, e forse più soggetta ad errori, che se privata di ogni attrezzatura, una trave cava alla quale è attaccato un vaso pieno d'acqua.



Sit itaque H K in fig. 15. vectis ligneus duas tresve ulnas longus aut amplius, fatis crassus ne ob longitudinem & pondus minime inflecti queat, quadrilaterus, rectangulus & rectus, cum lateribus oppositis exacte parallelis.

Pag 40 - 53

Tum lamellæ duæ H I & K L super unum ejus latus ad angulos rectos erigantur; K L proxime ad unam extremitatem, & H I quasi quatuor digitos ab alterâ distans, quarum longitudo sit trium digitorum quatuorve, latitudo autem duorum vel trium.

Deinde sumatur vasculum aliquod cylindricum vel prismiforme C F duos tresve digitos latum, longum vero quatuor ves quinque.

Ejus basis super lamellam H I cemento aliquo duro & tenaci figatur, ac in eo situ firmetur opetrabis H K ultra lamellam dictam H I productæ.

Tum trajiciatur ejus fundum in medietate, & lamella simul parvo foramine F, puta decima parte digiti lato, & juxta foramen istud in alterâ lamellâ notetur punctum R, quod æque distat a trabe ac dicti foraminis centrum; ita scilicet ut linea F R per centrum

Sia dunque H K in fig. 15. una barra di legno lunga due o tre cubiti o più, così spessa da non piegarsi minimamente a causa della sua lunghezza e del suo peso, quadrata, rettangolare e diritta, con i lati opposti esattamente paralleli.

Allora le due lamelle H I & K L vengono erette su uno dei suoi lati ad angolo retto; K L vicino ad una estremità, e H I distante dall'altra circa quattro dita, la cui lunghezza è di tre o quattro dita, e la larghezza di due o tre.

Prendiamo poi qualche vaso cilindrico o prismatico C F largo due o tre pollici e lungo quattro o cinque pollici.

Si fissa la sua base sulla lamella H I con del cemento duro e tenace, ed in quella posizione si farà produrre l'H K oltre la detta lamella H I.

Poi si fori a metà il suo fondo, e nello stesso tempo si fori la lastra con un piccolo foro F, largo diciamo un decimo di dito, e accanto a quel foro sull'altra lastra si segni un punto R, che sia equidistante dalla trave. e il centro di detto foro; in modo che la linea F R tracciata attraverso il

foraminis ad R ducta sit parallela longitudini trabis.

Denique sumatur lamella vitrea, plana, polita & uniformiter crassa, eaque applicetur ad planitiem lamellæ H I vasculo C F obversam super foramen F, & cemento figaturita, ut vasculum istud aquæ (quâ repleatur) non sit pervium; & cum normâ aliquâ siat periculum, an illa vitrea lamella perpendiculariter insistat trabi.

Quod si non contingat, corrigatur situs, donec sit exacte perpendicularis.

In cujus rei gratiam convenit, ut dicta lamella vitrea sit tres vel quatuor digitos longa & lata, quo de situ ejus melius judicare liceat.

Pag 41 - 54

Instrumento hoc sic fabricato & aquâ vasi C F plusquam ad medietatem ejus infusâ, illud in radiis solaribus ita statuatur, ut in superiori superficie aqueâ refracti perpendiculariter emergant ad foramen F, rectaque progrediantur versus laminam K L, rubedine ad F, purpurâ ad P, & viridi vel confinio cærulei & viridis ad R incidentibus.

centro del foro in R sia parallela alla lunghezza della trave.

Infine si prende una lastra di vetro, piana, lucidata e di spessore uniforme, e la si applica al piano della lastra H I con un vaso C F rivolto sopra il foro F, e fissato con cemento, in modo che questo vaso non sia accessibile all'uomo. acqua (quando è piena). e con la norma c'è qualche pericolo, se quella lastra di vetro poggia perpendicolarmente sulla trave.

Se ciò non accade, il sito deve essere corretto fino a quando non sarà esattamente perpendicolare.

È favorevole alla cosa che detta lastra di vetro sia lunga e larga tre o quattro pollici, per poter meglio giudicare della sua situazione.

Con questo strumento così costruito, e versata nel vaso più della metà dell'acqua C F, si collochi ai raggi solari in modo che l'acqua rifratta sulla superficie superiore emerga perpendicolarmente al foro F, e proceda rettilinea verso la placca K L, rosso verso F, viola verso P e verde o bordo blu e verde all'incidente R.

Convenit autem, ut dicta lamina K L dealbetur, aut albente papyro vestiatur, quo de coloribus judicium certius feras.

Interea vero cum quadrante aliquo amplo & exacte fabricato e k r quæratu r inclinatio trabis H K ad horizontem, & habebis angulum refractionis e k r, & ejus sinum e r.

Tum solis altitudo statim inquiratur, ejusque complementum ad 90 grad. A k D erit angulus incidentiæ & A D sinus.

Quibus sinibus ad invicem collatis & experimento ad diversas solis altitudines repetito, constabit, an sinuum ratio semper sit eadem.

Quod si velis, ut experimenta varia simul siant, aut ad minorem incidentiam, quam sit complementum maximæ altitudinis solaris, vice radiorum a sole directe manantium possis adhibere reflexos.

Pag 42 - 55

XXIX. Modus explorandi vim refractiva solidi cujusvis acre circumdati

Ora conviene che detta lastra K L sia imbiancata, o rivestita di carta bianca, con la quale potrai dare un giudizio più certo de' colori.

Intanto con qualche quadrante e k r grande e esattamente costruito, si cerchi l'inclinazione del raggio H K rispetto all'orizzonte, e si avrà l'angolo di rifrazione e k r, ed il suo seno e r.

Poi si chiede subito l'altezza del sole e il suo completamento a 90 gradi. A k D sarà l'angolo di incidenza e A D il seno.

Confrontando queste sacche tra loro e ripetendo l'esperimento a diverse altezze del sole, si potrà verificare se il rapporto delle sacche è sempre lo stesso.

E se si desidera che gli esperimenti siano diversi nello stesso tempo, o con un'incidenza inferiore al complemento della massima altitudine solare, si possono usare i riflessi invece dei raggi emanati direttamente dal sole.

29. Un metodo per esaminare il potere di rifrazione di qualsiasi solido circoscritto e tagliente.

CUM eandem sinuum incidentiæ & refractionis rationem alicui radorum generi, utcunque in eandem quamvis superficiem incidenti, perpetuo competere sat exploratum fuerit, proponatur exquirere rationem illam ad superficiem data quælibet media disterminantem, idque unico experimento.

Quando si è sufficientemente esplorato che ad ogni tipo di raggio si applica sempre lo stesso rapporto di incidenza e rifrazione, indipendentemente dalla superficie incidente, si propone di ricercare quel rapporto per una data superficie mediante qualsiasi mezzo, e quello mediante un unico esperimento.

Si aer sit unum ex datis mediis & liquor quilibet alterum, instrumentum novissime descriptum non incommode potest adhiberi.

Se l'aria è uno dei mezzi indicati, e il liquido un altro, lo strumento descritto per ultimo potrebbe non essere impiegato in modo inopportuno.

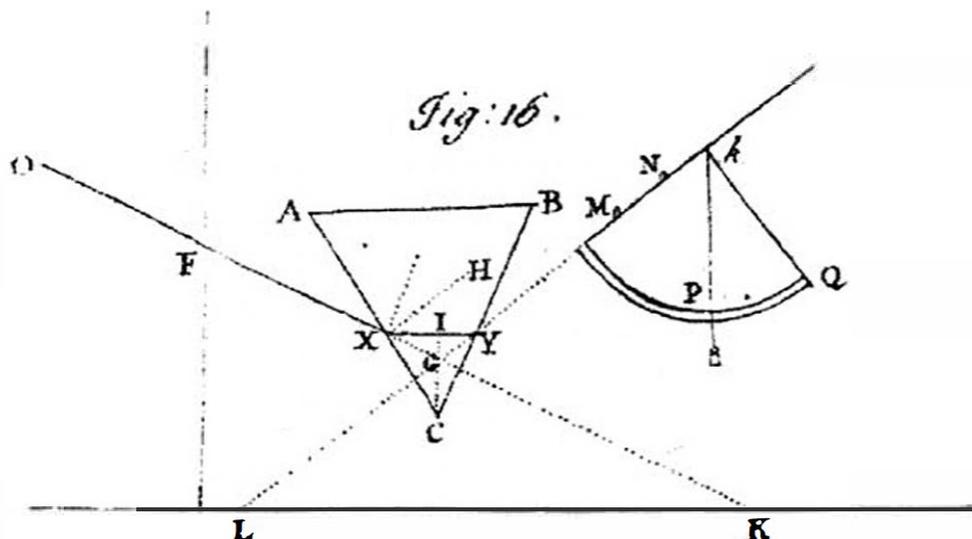
Sin mediorum alterum sit solidum, res expedite perficitur ad diagramma 16.

Se uno dei mezzi è solido, la cosa si realizza facilmente come nel diagramma 16.

In ejus explicationem præmittantur duo fequentia lemmata.

Nella sua spiegazione vengono predicati due lemmi importanti.

LEMMATA I



IN fig. 16. Sic A B C prisma ex materiâ quâvis pellucidâ confectum, cujus axis sit horizonti parallelus & perpendicularis ad radios solis; & præterea sit ejus positio talis, ut dictos radios O X æque confringat, ingredientes ad X & egredientes ad Y.

Istud autem, quo pacto debet fieri, ostensum suit ad §. 10.

Jam dico, quod angulus refractionis ad alterutram refringentem superficiem ut A C factæ, sit æqualis dimidio verticalis anguli prismatici A C B: scilicet ad punctum incidentiæ X erigatur perpendicularis H X, erit H X Y angulus refractionis ad superficiem A C.

Pag 43 - 56

Porro demittatur C I perpendicularis in radium X Y, & ista bisecabit angulum Y C X, propterea quod triangulum Y C X (ob æqualitatem refractionis in X & Y) sit isosceles.

Dico itaque, quod anguli H X Y & I C X æquantur: Nam ang. A X Y = ang. X I C + I C X (per 32. 1. Elem.) sed anguli A X H & X I C sunt recti.

Ergo residui H X Y & I C X æquantur. Q. E. D.

NELLA FIGURA. 16. Così A B C un prisma fatto di qualsiasi materia trasparente, il cui asse è parallelo all'orizzonte e perpendicolare ai raggi del sole; e sia inoltre la sua posizione tale che tagli equamente i detti raggi O X, entrando in X ed uscendo in Y.

Ora questo, con quale accordo ciò debba avvenire, è stato dimostrato nel §. 10.

Ho già detto che l'angolo di rifrazione all'una o all'altra superficie rifrangente fatta come AC è uguale alla metà verticale dell'angolo prismatico A C B: cioè se la perpendicolare H X è eretta al punto di incidenza X, l'angolo di rifrazione alla superficie A C sarà H X Y.

Inoltre, si abbassi C I perpendicolare al raggio X Y, e dividerà in due l'angolo Y C X, perché il triangolo Y C X (a causa dell'uguaglianza della rifrazione in X e Y) è isoscele.

Dico adunque che gli angoli H X Y & I C X sono uguali: Per ang. A X Y = ang. X I C + I C X (per 32. 1. Elem.) ma gli angoli A X H e X I C sono retti.

Ergo, i rimanenti H X Y e I C X sono equivalenti. Q.E.D.

LEMMA II

ADHÆC, si radius incidens O X & emergens Y N indefinite producantur occurrentes in G, & præterea, si recta quævis K L horizonti parallela radiis istis trajiciatur, constituens triangulum G K L, & cum refractus radius Y N tendit sursum, si summa angulorum L K X & K L Y sumatur, aut eorum differentia, cum iste Y N tendit deorsum: Dico, quod illius summæ vel differentiæ dimidium, una cum angulo refractionis H X Y, æquabitur angulo incidentiæ H X G.

Nam dicta summa vel differentia æquatur angulo N G K (per 32. 1. Elem.) hoc est angulis G X Y + G Y X, & cum triangulum G Y X sit isosceles, dictæ summæ vel differentiæ dimidium æquabitur angulo refracto G X Y, qui cum angulo refractionis Y X H constituit angulum incidentiæ. Q. E. D.

Pag 44 - 57

HIS præmissis problema propositum sic perficitur.

Inoltre, se il raggio incidente O X e il raggio emergente Y N si producono incontrandosi indefinitamente in G, & inoltre, se una qualsiasi linea retta K L parallela all'orizzonte viene condotta su questi raggi, formando il triangolo G K L, & quando il raggio rifratto Y N tende verso l'alto, se si prende la somma degli angoli L K X & K L Y, o la loro differenza, quando questo Y N tende verso il basso: dico che la metà di quella somma o differenza, insieme all'angolo di rifrazione H X Y, sarà uguale all'angolo di incidenza H X G.

Infatti detta somma o differenza è uguale all'angolo N G K (per 32. 1. Elem.), cioè agli angoli G X Y + G Y X, e poiché il triangolo G Y X è isoscele, la metà di detta somma o differenza sarà uguale all'angolo rifratto G X Y, che con l'angolo di rifrazione Y X H costituisce l'angolo di incidenza. Q.E.D.

Ciò premesso, il problema proposto è quindi completato.

Primo mensuretur angulus verticalis prismatis A C B, & ejus dimidium erit angulus refractionis.

Dein primate in positione præfatâ disposito, per quod radii trajiciantur ingressi foramen F, ope quadrantis M N P Q ampli & accurati, (pura cujus pinnarum M & N distantia sit pedis unius ad mini-mum) exploretur angulus Y L K vel P k Q, quem refracti radii Y M N cum horizonte constituunt, faciendo ut mediocriter refrangibiles per pinnas M & N ad distantiam decem aut viginti pedum a primate trajiciantur, & simul observetur solis altitudo X K L: Qui duo anguli addantur, si refracti radii Y M N sursum tendant, sicut in schemate describitur, alias minor substrahatur a majori; & summæ vel differentiæ dimidium una cum angulo refractionis prius invento erit angulus incidentire, ut pateat per lemma secundum.

Denique ex angulis incidentiæ & refractionis sic datis, dantur eorum sinus. Q.E.F.

XXX. Exemplum in refractione cujusdam generis vitri

Innanzitutto, misura l'angolo verticale del prisma A C B e metà di esso sarà l'angolo di rifrazione.

Poi, col prisma disposto nella suddetta posizione, attraverso il quale i raggi passano attraverso l'apertura F, con l'aiuto di un quadrante ampio e preciso M N P Q (la cui distanza pura delle alette M & N è almeno di un piede), l'angolo Y L K o P k Q, che il raggio rifratto Y M N con l'orizzonte forma facendoli rifratre moderatamente attraverso le alette M & N ad una distanza di dieci o venti piedi dal prisma, e nello stesso tempo l'angolo si osserva l'altezza del sole X K L: Questi due angoli si sommano, se i raggi rifratti Y M N tendono verso l'alto, come descritto nel diagramma, altrimenti si sottrae il minore al maggiore; e metà della somma o differenza insieme all'angolo di rifrazione trovato prima sarà l'angolo di incidenza, come risulta dal secondo lemma.

Infine dagli angoli di incidenza e di rifrazione così dati risulta il loro seno. Q.E.F.

30. Un esempio nella rifrazione di un certo tipo di vetro

SIC in primate quodam vitreo
dimensus sum angulum ejus
maximum A C B & inveni 63 grad.
12 min. cujus dimidium H X Y est
31. gr. 36 min. ejusque sinus 5240,
posito sinu 90 gr. 10000.

Pag 45 - 58

Deinde, cum altitudo solis O K L
observabatur esse 14 gr. 4 min.
alter angulus 11 L K, a radio Y N ad
medium viriditatis tendente
constatus, erat 30 gr. 52 m.
quorum summa est: 44°. 55'.
ejusque dimidium Y X K 22°. 28'.
quod una cum angulo refractionis
H X Y facit 54°. 4'. angulum
incidentiæ, cujus sinus est 8097.

Denique conferendo sinus jam
inventos, ut eorum proportio in
minimis terminis haberetur,
inveni esse ut 11 ad 17 fere.

Quarc pro regulâ generali
statuendum est, quod radiorum
viriditatem exhibentium sinus
incidentiæ ex aere in vitrum
quodvis æque refractivum ac illud
prisma, sit ad sinum refractionis
ut 17 ad 11.

HAUD secus dimetiendo
refractionem radiorum colorem
inter viridem & cæruleum
exhibentium, investigatur 45°. 81.
pro duplo anguli refracti, cujus
dimidium 22°. 34' una cum angulo
refractionis 31°. 36' dat angulum

Così ho misurato in un certo
prisma di vetro il suo angolo
massimo A C B e ho trovato 63
gradi. 12 minuti la metà dei quali
H X Y è 31. gr. 36 minuti e il suo
seno 5240, posizionando il seno
90 gr. 10000

Poi, quando l'altezza del sole fu
O K L, si osservò che erano 14 gr.
4 minuti l'altro angolo 11 L K,
determinato dal raggio Y N
tendente al centro del verde, era
di 30 gr. 52 m. la cui somma è:
44°. 55'. e la sua metà Y X K 22°.
28'. che insieme all'angolo di
rifrazione H X Y fa 54°. 4'.
l'angolo di incidenza, il cui seno
è 8097

Infine, confrontando le baie già
trovate, affinché la loro
proporzione possa essere
mantenuta nei minimi termini,
trovo che è circa da 11 a 17.

Poiché come regola generale si
deve stabilire che l'angolo di
incidenza dei raggi verdi
provenienti dall'aria in qualsiasi
vetro ugualmente rifrangenti
come quello del prisma, sta
all'angolo di rifrazione come da
17 a 11.

HAUD, invece, diluendo la
rifrazione dei raggi che
presentano un colore tra il verde
e il blu, si indaga a 45°. 81. per il
doppio dell'angolo rifratto, metà

incidentiæ 54°. 10', ejusque sinus 8107 est ad sinum refractionis 5240 ut 82 ad 53 proxime.

XXXI. Modi præfati commoditas

HUIUS autem modi commoditas in mensurandis refractionibus ex eo conjicietur, quod instrumento nullo hic opus est, dempto quadrante & primate cujus refractionem, dum geminetur, factam ad X & Y exinde certius metiri possis ; & quod facillimum sit prisma in desiderato situ disponere, ut supra ostenditur: Imo quod parvus error a situ desiderato fere nihili sit, dum quoad sensum haud inde mutabitur angulus refractus M G K, ut experienti patebit.

Pag 46 - 59

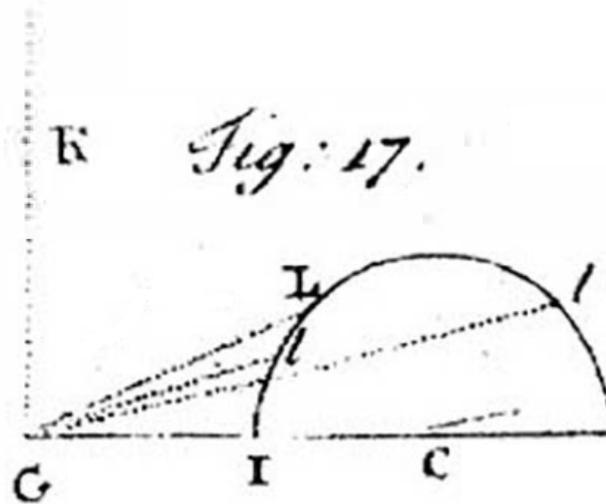
Quippe angulus iste hic minimus est, & quantitatum per motum generatarum, cum maxime existant vel minimæ, hoc est in momento regressûs, motus ut plurimum sunt infinite parvi.

del quale è 22°. 34' insieme ad un angolo di rifrazione di 31°. 36' dà un angolo di incidenza di 54°. 10', e il suo seno 8107 sta al seno di rifrazione 5240 come da 82 a 53 circa.

31. Il vantaggio della suddetta modalità.

La comodità di questo metodo nella misurazione delle rifrazioni si dedurrà dal fatto che qui non è necessario alcuno strumento, purché sia il quadrante e il prisma di cui si desidera la rifrazione; che la rifrazione, pur essendo gemellata, effettuata in corrispondenza di X e Y, da quel punto si può misurare con più certezza; e che è molto facile disporre il prisma nella posizione desiderata, come sopra mostrato: No, perché un piccolo errore dalla posizione desiderata è quasi nullo, mentre l'angolo rifratto M G K non cambierà di senso, così come essere chiaro allo sperimentatore.

Perché quest'angolo è il più piccolo, e delle quantità generate dal movimento, quando esistono di più o sono di meno, cioè al momento del regresso, i movimenti sono per la maggior parte infinitamente piccoli.



Sic verbi gratiâ, in fig. 17, si centro C describatur circulus I L I, & extra eum sumatur punctum quoddam G, ducaturq; G I C, & erigatur normalis G K.

Deinde, si concipiatur, quod punctum I moveatur uniformiter in illius circuli circumferentiâ, per quod punctum recta quædam G I circa centrum G rotata perpetuo transeat; manifestum est, quod quo major sit angulus C G I, sive quo minor angulus K G I, eo minor erit motus angularis ipsius G I; & cum angulus C G I sit maximus sive angulus K G I minimus, hoc est in momento regressûs (recta G I tunc circulum in L tangente) motus ejus erit infinite parvus, & quoad sensum nullus, parvusque error a puncto contactûs L nullam sensibilem variationem in angulis istis K G L & C G L producet.

Così, grazie alla parola, in fig. 17, se si descrive un cerchio I L I con centro C, e si prende fuori di esso un certo punto G, si disegna; G I C, e la normale G K viene eretta.

Se dunque si concepisce che il punto I si muova uniformemente nella circonferenza di quel cerchio, per il quale punto passa una certa linea G I che gira perpetuamente attorno al centro di G; è chiaro che quanto maggiore è l'angolo C G I, o quanto minore è l'angolo K G I, tanto minore sarà il movimento angolare di G I; e quando l'angolo C G I è il massimo o l'angolo K G I il minimo, questo è al momento del regresso (la retta G I toccando quindi il cerchio in L) il suo movimento sarà infinitamente piccolo, e quanto al senso di nulla, e un piccolo errore dal punto di contatto L non causerà alcuna variazione percettibile negli

Et ad eundem fere modum, parva convolutio prismatis haud omnino mutabit angulum M G K, cum iste sit minimus, sive complementum ejus maximum.

Quod si prisma disponeretur in quovis alio situ, quam hic describitur (puta cum radii perpendiculariter ingressi ad egressum duntaxat refringuntur) minimus error ab isto desiderato situ multum mutaret angulum refractum, & sic experientia foret incertitudini & erroribus multo magis obnoxia.

Pag 47 – 60

XXXII. Regula de investigandâ refractione mediorum sibi ipsis contiguum, quorum aeri contiguum refractiones cognoscantur

IN majorem hujus rei copiam, quia dantur aliqui casus, ubi refractiones per modos jam descriptos haud possint mensurari, (ut cum refractio sit ex vitro in crystallum, ex aquâ in vitrum, vel ex uno liquore in alium) & nequa omnino sit refringens superficies, cujus refractio nequit investigari,

angoli che K G L e C G L produrranno.

E più o meno allo stesso modo, una piccola convoluzione del prisma non cambierà affatto l'angolo M G K, quando questo è il più piccolo, o il suo complemento il più grande.

Se il prisma fosse disposto in qualsiasi posizione diversa da quella qui descritta (ad esempio, quando i raggi che entrano perpendicolarmente vengono rifratti appena prima di uscire), il minimo errore da questa posizione desiderata cambierebbe notevolmente l'angolo rifratto, e quindi l'esperienza sarebbe molto più grande. più soggetti a incertezze ed errori.

32. La regola per indagare la rifrazione dei mezzi contigui a se stessi, di cui sono note le rifrazioni contigue dell'aria

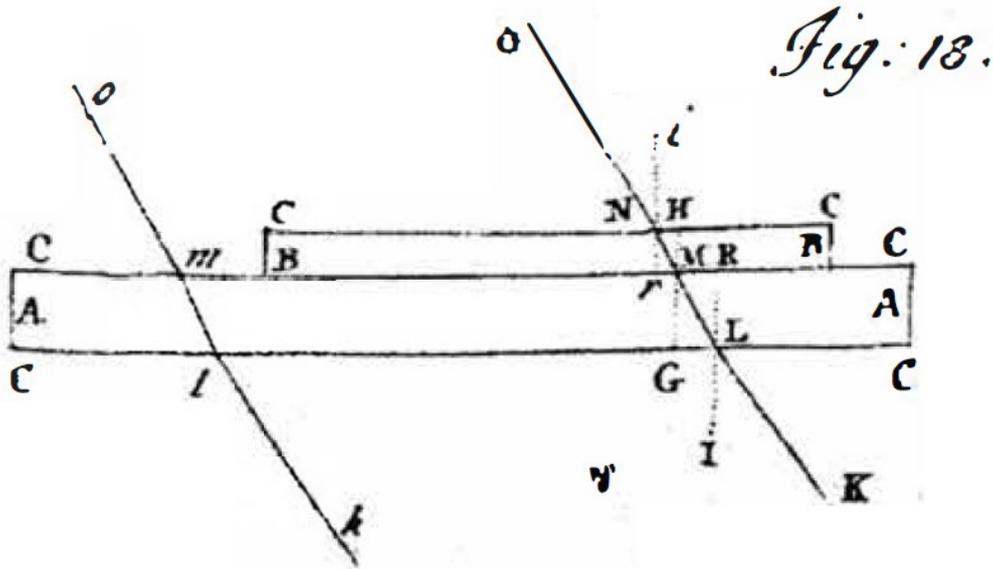
Nella maggiore abbondanza di questa materia, perché ci sono alcuni casi in cui le rifrazioni non possono essere misurate con i metodi già descritti (come quando la rifrazione è da vetro a cristallo, da acqua a vetro, o da un liquido a un altro) e non non esiste alcuna superficie rifrangente, la cui rifrazione non

problema sequens lubet proponere.

Datis refractionibus, quas duo media alicui tertio contigua conficiunt, illorum sibi ipsis contiguorum refractiones invenire.

può essere studiata, vorrei proporre il seguente problema.

Date le rifrazioni che due mezzi rendono adiacenti ad un terzo, trovare le rifrazioni di quelli a loro adiacenti.



IN Fig. 18. sunt duo media proposita A & B, quorum superficiei disterminantis refractionis quæritur, & sit C medium tertium cujus superficiei ipsis A & B contiguæ refractiones dantur.

Sitque sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex medio C in medium A sicut I ad R, & sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex eodem medio C in alterum medium B sicut j ad r.

NELLA FIGURA. 18. Si propongano due mezzi, A e B, della cui superficie si cerchi la rifrazione determinante, e sia C il terzo mezzo, della cui superficie si diano le rifrazioni contigue ad A e B stesse.

Sia il seno di incidenza al seno di rifrazione dal mezzo C al mezzo A come I a R, e il seno di incidenza al seno di rifrazione dallo stesso mezzo C all'altro mezzo B come j a r.

Dico, quod sit $I \times r R \times j :: \sinus$
incidentiæ ad sinum refractionis
ex medio B in medium A.

VERBI gratiâ, si proponatur
investigatio refractionis ex aquâ in
vitrum, datâ refractione ex aere in
utrumque, sitque sinus incidentiæ
ex aere in vitrum ad sinum
refractionis ut 17 ad 11, & sinus
incidentiæ ex aere in aquam ad
sinum refractionis ut 4 ad 3.

Quare sinus istos multiplicando
reciproce, erit ut 17 X 3 ad 11 X 4,
sive ut 51 ad 44, ita sinus
incidentiæ ex aquâ in vitrum ad
sinum refractionis.

Et sic cognitâ refractione ex aere
in quævis alia media proposita,
possis adipisci eorum
refractionem inter se, & è contra.

XXXIII. Regulæ ejus
demonstratio

CÆTERUM demonstratio hujus
non est omittenda, in quem finem
præsternatur lemma sequens.

Si media duo proposita A & B in
fig. 18. concipiantur esse planis
parallelis terminata, contigua, &

Dico che $I \times r R \times j ::$ il seno di
incidenza al seno di rifrazione
dal mezzo B al mezzo A.

Per parola di grazia, se si
propone l'indagine della
rifrazione dall'acqua al vetro, sia
data la rifrazione dall'aria in
entrambi, e il seno di incidenza
dall'aria al vetro al seno di
rifrazione sia pari a 17 a 11, e il
seno di incidenza dall'aria
all'acqua al seno di rifrazione
come da 4 a 3.

Perciò moltiplicando
reciprocamente questi seni sarà
come 17 X 3 a 11 X 4, ovvero
come 51 a 44, quindi il seno
d'incidenza dall'acqua nel
bicchiere al seno di rifrazione.

E così conosciuta la rifrazione
dell'aria in qualunque altro
mezzo proposto, potrete
ottenere la loro rifrazione tra
loro, e viceversa.

33. Dimostrazione delle sue regole

Inoltre non va omessa la
dimostrazione di ciò, a tal fine
viene presentato il seguente
lemma.

Se i due oggetti A & B in fig. 18.
Si concepiscano delimitati da
piani paralleli, contigui, e

dicto medio tertio (puta aere)
circumdata, & radius quilibet O N,
oblique incidens ad N, refringatur
primo ad M, ac deinde ad L, &
emergens pergat ad K.

circondati dal cosiddetto terzo
medio (presumibilmente
dall'aria), e ogni raggio O N,
incidente obliquamente a N,
viene rifratto prima a M, e poi a L
, ed emergente continua a K.

Pag 49 - 62

Dico radium incidentem O N sibi
emergenti L K parallelum esse:
Cujus quidem assertionis veritas
experientiâ patet.

Dico che il raggio incidente O N
è parallelo all'emergente L K: la
verità della cui affermazione è
infatti evidente per esperienza.

Etenim ponatur medium A esse
vitrum, & medium B esse aquam;
mediumque tertium circundans
esse aera: Et laminæ vitreæ A
superficies S M R tenuiter illinatur
aquâ B, & statuatur parallela ad
horizontem, ut aqua consitat
uniformiter crassa.

Supponiamo infatti che il mezzo
A sia vetro, e il mezzo B sia
acqua; E la superficie della lastra
di vetro A S M R è leggermente
unta d'acqua B, ed è posta
parallela all'orizzonte, in modo
che l'acqua rimanga
uniformemente densa.

Quo facto videbis, quod radii, per
utrumque medium A & B trajecti,
tendent ad easdem plagas, versus
quas tenderent a sole directi.

Fatto ciò, vedrai che i raggi,
passati per entrambi i mezzi A e
B, tenderanno alle medesime
zone, verso le quali
tenderebbero se diretti dal sole.

PRÆMISSO hoc, erigantur j N r, H
M G, & R L I perpendiculares ad
refringentia puncta N, M & L; est
ergo j ad r ut sinus anguli O N j ad
sinum anguli M N r sive N M H, &
multiplicando rationem
antecedentem per I, siet I X j ad I
X r ut sinus ipsius O N j ad sinum
ipsius N M H.

Detto questo, erigete j N r, H M
G, & R L I perpendicolari ai punti
rifrangenti N, M & L; j = r è quindi
come il seno dell'angolo O N j
con il seno dell'angolo M N r o N
M H, e moltiplicando il rapporto
precedente per I, sia I X j con I X
r il seno di O N j con il seno di N
M H

Porro est: I ad R, hoc est, I X j est
ad R X j ut linus anguli K L I ad

È inoltre: I sta a R, cioè I X j sta a
R X j come la linea dell'angolo K

sinum anguli M L R, hoc est, ut
 sinus anguli O N j ad sinum ipsius
 L M G.

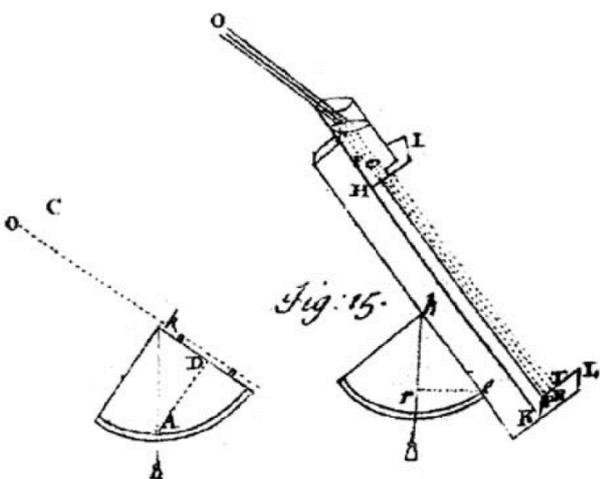
Jam permutando terminos
 utriusque proportionis, siet I x j:
 sin. O N j : : I X r: sin. N M H, & I
 X j sin. O N j : : R x j. Sin. L M G.

Quare ex æqualitate rationis est I
 X r. R X j : : sin. N M H. sin. L M G.
 Q. E. D.

Pag 50 - 63

XXXIV. Modus dimetiendi
 refractiones solidorum ad fluida
 accommodantur

Ex hisce sic ostensis, problema
 non inutile proficiscitur, quo
 refractiones fluidorum eodem
 modo metiri possis, ac de solidis
 ostensum est ad fig. 16. non
 adhibito instrumento H L K quod
 in fig. 15 describitur.



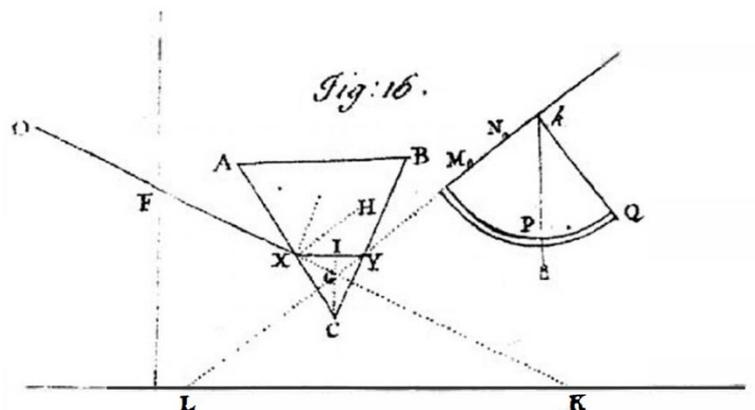
L I al seno dell'angolo M L R, cioè
 come il seno dell'angolo O N j al
 seno di L M G.

Ora scambiando i termini di
 ciascuna proporzione, sia I x j:
 sin. O N j : : I X r: peccato. N M H, &
 I X j peccato. O N j : : R x j. Sì. LMG

Dunque dall'uguaglianza della
 ragione risulta I X r. R X j : :
 peccato. NMH. peccato. L M G.
 Q. E. D.

34. Il metodo per determinare le rifrazioni dei solidi è adattato ai fluidi

Da queste cose così mostrate
 nasce un problema non inutile,
 per cui si possono misurare le
 rifrazioni dei fluidi nello stesso
 modo in cui si è mostrato per i
 solidi in fig. 16. non utilizzando
 l'attrezzo H L K che in fig. 15 è
 descritto.



Scilicet ex laminis vitreis, in morem cunei connexis, vasculum prismiforme conficiatur, cujus acies sive angulus verticalis sit grad. 86 circiter, vel 90.

Istius autem anguli quantitatem exactissimâ mensurâ cognitam habebis, ejusque dimidii sinum pro sinu refractionis semper statues.

Quo peracto, cum liquoris alicujus vis refractiva desideratur, vasculum cum illo liquore impleatur, & in tali situ disponatur, ut acies a concursu refringentium planorum constituta, sit parallela ad horizontem, & perpendicularis ad radios solares; atque ut illi radii, per præfata refringentia plana trajecti, refractiones ad ingressum & egressum æquales patiantur.

Et ope quadrantis, ut ostensum erat ad fig. 16. exploretur angulus incidentiæ, cujus linus ad præfactum sinum refractionis erit ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex aere in liquorem propositum.

Pag 51 – 64

XXXV. Refractio aquæ, prout ipse dimensus sum, in specimen ejus rei adducitur

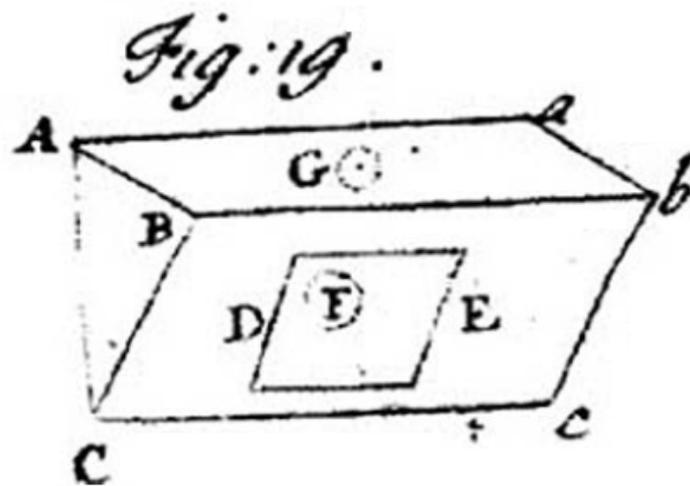
Naturalmente, un contenitore a forma di prisma è costituito da lastre di vetro, collegate a forma di cuneo, il cui bordo o angolo verticale è grad. circa 86, o 90

Ora conoscerai l'entità di questo angolo con misure molto esatte, e determinerai sempre il seno della sua metà per il seno di rifrazione.

Fatto ciò, quando si desidera il potere rifrattivo di un liquido qualsiasi, si riempie un recipiente con quel liquido e si pone in posizione tale che la linea formata dalla convergenza dei piani rifrangenti sia parallela all'orizzonte e perpendicolare all'orizzonte. raggi solari; e che quei raggi, avendo attraversato i suddetti piani rifrangenti, subiscono eguali rifrazioni all'entrata e all'uscita.

E con l'aiuto del quadrante, come mostrato in fig. 16. Si esplori l'angolo d'incidenza, la cui linea starà al suddetto seno di rifrazione come il seno d'incidenza al seno di rifrazione proiettato dall'aria nel liquido.

35. La rifrazione dell'acqua, misurata da me, viene introdotta nel campione della materia



INSTANTIÆ gratiâ, quo aquæ refractionem cognoscerem, curavi, ut prisma ligneum conficeretur, quale est A B c in fig. 19. cujus ille angulus A C B, quem pro verticali designabam, foret rectus, cæterique duo semirecti; & effeci, ut refringentia plana A c & B c per meditullium trajicerentur foramine F, parallelo ad basem A b, per quod foramen lux itura esset; & ut tertium planum A b, foderetur in G, usque dum aditus ad foramen F transverse pertingeret.

Dein sumptis duabus ex vitro lamellis, quas speculum confractum mihi subministravit, unam desuper meditullium plani B c cæmento fixi, & alteram super meditullium alterius plani A c, ut meatus F utrinque clauderetur.

Tum aquam pluvialem per orificium G in excavatum spatium infudi, & cum operculo ex subere conciso clausi.

Grazie all'istante in cui imparai la rifrazione dell'acqua, ho avuto cura di fare un prisma di legno, come A B c in fig. 19. il cui angolo A C B, che ho designato verticale, sarebbe retto, e gli altri due semiretti; e feci condurre i piani rifrangenti A c e B c per mezzo del foro F, parallelo alla base A b, per il qual foro passerebbe la luce; e che il terzo piano A b fosse scavato in G, finché l'avvicinamento al foro F giungesse trasversalmente.

Poi prese due lastre di vetro, ch'egli mi provide insieme ad uno specchio rotto, ne fissai una sopra il mezzo del piano B c con cemento, e l'altra sopra il mezzo dell'altro piano A c, di modo che il passaggio F era chiuso su entrambi i lati.

Ho poi versato l'acqua piovana attraverso il foro G nello spazio scavato, e l'ho chiuso con un coperchio tagliato da sotto.

Atque adeo aqua, duabus vitreis lamellis ad angulum rectum inclinatis interjecta, vices subibat aquei prismatis habentis angulum rectum.

Eas autem laminas rectum angulum exacte comprehendere ex applicatione normæ cognovi, cujus ideo dimidium grad. 45 pro angulo refractionis habendum est. (Lem. 1. §. 29.)

Hoc prisma dein ita siatuebam ad ingressum lucis in obscurum cubiculum, ut eadem foret utrinque refractionis quantitas, & ex altitudine solis, & refractorum radiorum, viriditatem exhibentium, inclinatione ad horizontem, inveni angulum refractum esse $51^{\circ}. 16'$, cujus dimidium $25^{\circ}. 38'$. una cum angulo refractionis 45° dabit angulum incidentiæ $70^{\circ}. 38'$.

Pag 52 – 65

Horum vero angulorum $70^{\circ}. 38'$ & 45° sinus sunt 9434 and 7071 respectu sinûs 90 grad. seu 10000; quorum quidem numerorum ratio est paulo minor quam Cartesiana 250 ad 187, & paulo major quam 4 ad 3, nempe 4, 002 ad 3, quæ tamen a ratione

E così l'acqua, interposta tra due lastre di vetro inclinate ad angolo retto, subiva i giri di un prisma d'acqua ad angolo retto.

Ora sapevo dall'applicazione della norma che quelle lastre comprendevano esattamente l'angolo retto, di cui quindi mezzo grado. 45 dovrebbe essere considerato come l'angolo di rifrazione. (Lem. 1. §. 29.)

Ho quindi posizionato questo prisma in modo tale che la luce entrasse nella stanza oscura, che la quantità di rifrazione fosse la stessa da entrambi i lati, e dall'altezza del sole, e i raggi rifratti presentando verde, inclinati verso l'orizzonte, ho scoperto che l'angolo rifratto era di $51^{\circ}. 16'$, di cui metà $25^{\circ}. 38'$. insieme ad un angolo di rifrazione di 45° si avrà un angolo di incidenza di $70^{\circ}. 38'$.

Ma questi angoli sono 70° . I seni di $38'$ e 45° sono 9434 e 7071 rispetto ai seni di 90 gradi. o 10000; il rapporto dei cui numeri è un po' minore del cartesiano 250 a 187, e un po' maggiore di 4 a 3, cioè 4.002 a 3, il che però dal rapporto $4/3$ retrocede con una differenza così piccola, che sarebbe stato un errore

$\frac{4}{3}$ tam parvâ differentiâ recedit, ut error fuit insensibilis, si posuerim esse ut 4 ad 3, idque maxime cum aquæ refractio non perpetim eadem maneat, sed a caloris vicissitudine nonnihil patiat, variosque densitatis gradus induat: Quod idem & aeri circumdanti contingit, qui a vaporibus etiam non solum varie incrassatur, sed & arcutius (auctâ atmosphære gravitate) vel laxius comprimitur.

Adde, quod aquarum ex diversis terrarum regionibus scaturientium, aut vi solis in vapores & pluviam deinde conversarum, diversæ sint densitates, & internæ dispositiones ad refringendum, ortæ ex variis mineralium tincturis, quas è locis subterraneis extrahunt, & exhalationibus varie crassis & copiosis, quæ simul cum vaporibus in altum attolluntur.

Pag 53 – 66

XXXVI. Prefatorum demonstratio

PROBLEMATIS hujus de refractonis fluidorum mensurâ sic soluti, veritas constabit ex ostenso, quod refractionis in hoc primate, ex aquâ & vitris composito, eadem sit quantitas, quæ foret, si vitrum tolleretur, &

insensibile, se avessi supposito che fosse 4 a 3, e questo soprattutto quando la rifrazione qui non rimane permanentemente la stessa, ma soffre un po' delle vicissitudini di calore, ed assume vari gradi di densità che inoltre non solo è variamente addensata dai vapori, ma anche più arcuata (accresciuta dalla gravità dell'atmosfera) o più lasca compressa.

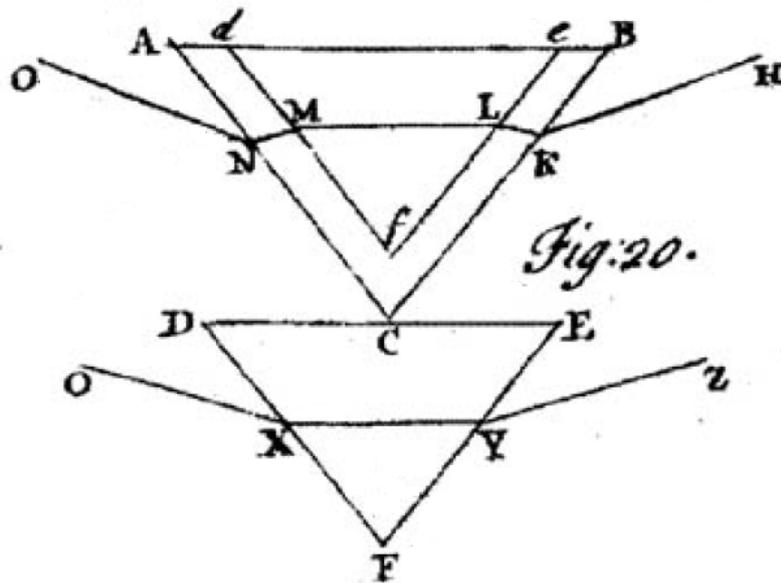
Aggiungete a ciò che le acque scaturite da diverse parti del mondo, o convertite dalla forza del sole in vapori e piogge, hanno densità diverse e disposizioni interne alla rifrazione, derivanti da varie tinture minerali, che estraggono dai luoghi sotterranei, e da esalazioni variamente dense e copiose, che insieme coi vapori si sollevano in altezza.

36. Dimostrazione dei precedenti

Risolto così questo problema della misura dei fluidi rifrangenti, si stabilirà la verità dalla dimostrazione che la rifrazione in questo prisma, composto d'acqua e di vetro, è la stessa quantità che sarebbe

aqua sola maneret aere
circundata.

se si togliesse il vetro, e la solo
l'acqua rimase circondata
dall'aria.



Sit itaque A B C prisma in fig. 20.
confectum ex laminis vitreis A C f d
& B C f e (ut dictum est) & aqua
d f e repletum.

Sia A B C il prisma di fig. 20. fatto
di lastre di vetro A C f d & B C f e
(come è stato detto) e riempite
d'acqua d f e

Et concipiatur, quod D E F sit
aqueum prisma, immediate
circundatum aere, & omnino
simile aquæ d e f circumclusæ vitro,
similiterque positum, & incidant
radii paralleli O N, O X in
utrumque, quorum alter O N
refractus in N, M, L & K tendit ad
H; alter vero O X refractus in X &
Y tendit ad Z.

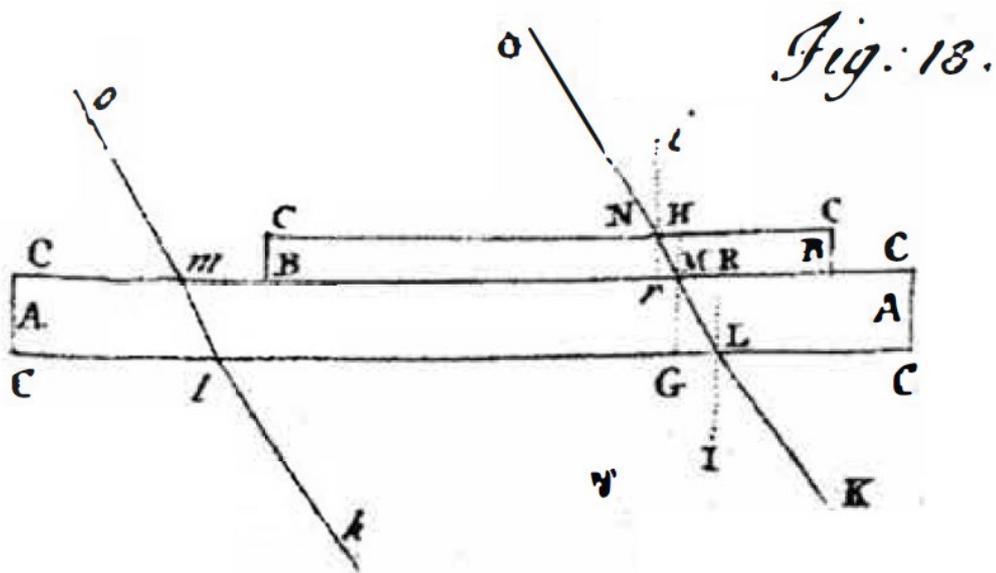
E si concepisca che D E F sia un
prisma acquoso,
immediatamente circondato
d'aria, e del tutto simile a quello
d e f circondato di vetro, e
similmente disposto, e cadano
su entrambi i raggi paralleli O N,
O X, l'altro dei quali O N si
rifrange in N, M, L & K e tende ad
H; ma l'altro O X rifratto in X e Y
tende a Z

Dico jam, quod emergentes K H &
Y Z erunt paralleli, atque adeo,
quod in utroque prismate, tota
refractionum quantitas erit eadem.

Ho già detto che i K H e Y Z
emergenti saranno paralleli,
tanto che in entrambi i prismi la
quantità totale di rifrazioni sarà
la stessa.

Etenim in fig. 18. si radius o m ipsi O N parallelus incidet in vitream laminam A, emergatque in l k, notum est, quod radius l k erit parallelus ipsi o m, hoc est, ipsis ON & L K; & cum l k & L K sint paralleli, erunt etiam m l & M L paralleli.

Infatti, nella fig. 18. se il raggio om parallelo a O N cade sulla lastra di vetro A, e fuoriesce in lk, è noto che il raggio lk sarà parallelo a om stesso, cioè ON & LK stessi; e poiché l k & L K sono paralleli, anche m l & M L saranno paralleli.



Unde liquet propositum, quod quantitas refractionis ex aere in medium quodvis propositum sit eadem, sive radii immediate ingrediantur istud medium ex aere (ut sit ad o m l) sive prius permeent aliud medium interpositum & parallelis planis terminatum, (uti sit ad O N M L) & è contra.

Quindi è chiaro lo scopo, che la quantità di rifrazione dell'aria in qualunque mezzo proiettato è la stessa, sia che i raggi entrino direttamente in quel mezzo dall'aria (sia a o m l) o passino prima attraverso un altro mezzo interposto e terminato da paralleli aerei, (che sia a O N M L) & è al contrario

Atque idem intellige, cum vice aeris aliud, quodpiam adhibetur medium.

Quare in fig. 20, cum paralleli radii O X & O N incidant in prismata D F E & A C B similia & similiter posita, refractionis quantitas ex aere in aquam erit eadem, sive radii immediate intrent, ut videre est ad D E F, sive prius permeent lamellam vitream A d f C; hoc est, radius X Y semel refractus erit parallelus M L bis refracto, & ob eandem rationem cum X Y & M L sint paralleli, radii emergentes Y Z & K H erunt etiam paralleli.

Quare, cum radii incidentes & emergentes sint paralleli, refractione tota prismatis utriusque erit eadem.

Atque adeo, cum aqueum prisma aeri contiguum, propter aquæ fluiditatem fabricari nequeat, ejus vice liceat adhibere vitreum prisma cum aquâ repletum.
Q. E. D.

ET sic modus generalis, quo refractiones ex aere in quælibet media proposita determinentur, ostensus est; facillimus quidem & erroribus minime obnoxius, præsertim si angulus prismatis sit

E capisci la stessa cosa, quando cambi un'aria con un'altra, viene utilizzato un certo mezzo.

Perché nella fig. 20, quando i raggi paralleli O X & O N cadono su prismi simili D F E & A C B e similmente posti, la quantità di rifrazione dall'aria nell'acqua sarà la stessa, sia che i raggi entrino immediatamente, come si vede in D E F, sia che passino prima attraverso la lastra di vetro A d f C; cioè, il raggio XY rifratto una volta sarà parallelo a ML rifratto due volte, e per la stessa ragione per cui X Y e M L sono paralleli, anche i raggi emergenti Y Z e K H saranno paralleli.

Pertanto, poiché il raggio incidente e quello emergente sono paralleli, la rifrazione totale del prisma sarà la stessa per entrambi.

Pertanto, poiché un prisma acquoso non può essere adiacente all'aria, a causa della fluidità dell'acqua, è lecito utilizzare un prisma di vetro riempito d'acqua.
Q.E.D.

E così è stato mostrato il metodo generale col quale si determinano le rifrazioni dell'aria in qualunque mezzo voluto; è infatti molto facile e meno soggetto ad errori,

magnus & exacte cognitus, quadrans magnus & accuratus, & observatio facta longe post prisma, ubi colores multum dilatati facilius distinguuntur.

Et præterea, cum refractiones inter aerem & media proposita sic expedientiis deterrninantur, indicata est regula (§. 32.) quâ mediorum eorundem sibi ipsis contiguorum refractiones eliciantur.

Pag 55 – 68

Quod fatis est in gratiam primi casûs, de refractionibus dimetiendis, cum in eodem quopiam radiorum genere proportio sinus incidentiæ & refractionis quæritur, ostendisse.

XXXVII. Radiorum dirversi generis refractiones conferuntur, & maximæ refrangibilitatis differentia investigatur

PROSEQUENDUS est jam alter casus, ubi heterogeneorum radiorum refractiones conferendæ sunt.

Quod autem finis refractionis cujusque radiorum generis sit ad

soprattutto se l'angolo del prisma è grande e conosciuto esattamente, il quadrante grande e preciso, e l'osservazione fatta molto dietro il prisma, dove i colori sono molto dilatati e si distinguono più facilmente.

E di più, poiché le rifrazioni tra l'aria ed i mezzi proposti sono così determinate con espedienti, si indica la regola (§. 32.) che si suscitano le rifrazioni di quei mezzi a se stessi contigui.

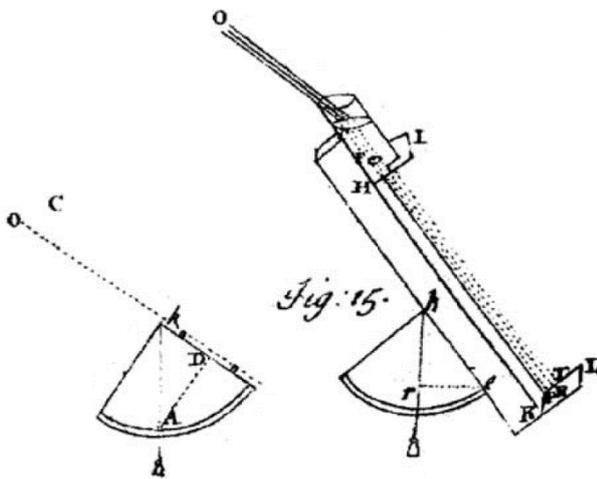
Ha dimostrato che è a favore del primo caso, quello della diluizione delle rifrazioni, quando si cerca la proporzione del seno di incidenza e di rifrazione nella stessa specie di raggi.

37. Vengono confrontate le rifrazioni dei diversi tipi di raggi e viene studiata la differenza nella massima rifrattibilità

Poi c'è un altro caso in cui devono essere confrontate le rifrazioni di raggi eterogenei.

Ora che il termine della rifrazione di ciascuna specie di

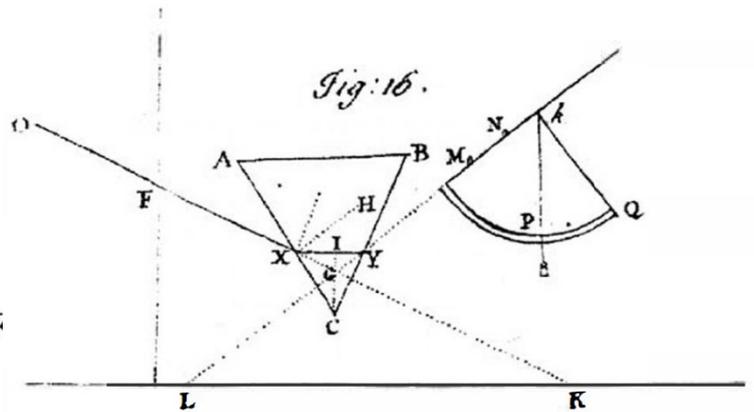
sinum incidentiæ in datâ quâdam ratione, experiri possis dimetiendo refractiones singulorum insigniorum generum, juxta varias obliquitates in medium aliquod refringens seorsim incidentium, veluti in aquam (ad fig. 15) in vase stagnantem, vel in prismata vitrea, quorum diversæ sint quantitates angulorum verticalium.



Nam per unum prisma proportiones sinuum ad singula radiorum genera investigare possis, prout ostenditur ad fig. 16, deinde per alia prismata (vel ejusdem prismatis alios seu minores seu majores angulos) exquirere, an eadem proportiones in aliis obliquitatibus obveniant.

Atque ita (observationibus accuratissime factis) simul constabit, refractiones cujusque

raggi è nel punto d'incidenza in un dato modo, potete dimostrarlo dividendo le rifrazioni di ciascuna delle specie distinte, rifrangendo separatamente l'incidente in un mezzo ad angoli diversi, come se in acqua (vedi fig. 15) in un vaso stagnante, oppure in vetri prismatici i cui angoli verticali sono di diverse dimensioni.



Infatti con un prisma puoi indagare le proporzioni dei seni per ciascun tipo di raggio, come mostra la fig. 16, poi per mezzo di altri prismi (o altri o angoli minori o maggiori dello stesso prisma) indagare se le stesse proporzioni ricorrono in altre obliquità.

E così (mediante le osservazioni più accurate fatte) si stabilirà nello stesso tempo, che le rifrazioni di ciascuna specie di

generis radiorum secundum certas rationes sinuum peragi, & istorum sinuum rationes innotescent.

Pag 56 - 69

Impræsentia vero, cum eandem esse cujusque radii refractionem cognoverim, sive heterogeneis radiis (ut in lumine solis nondum refracto) commistus incidat, sive ab heterogeneis prius separetur: ostendam quomodo per refractionem immediati luminis solaris hæ proportiones obtineri possint, imprimis determinando proportiones sinuum refractionis inter se respectu ejusdem incidentiæ, ac deinde cum communi sinu incidentiæ conferendo.

Et quoniam de intermediis radiorum generibus facile esset judicium ferre, si modo refractiones extremorum essent cognitæ, satisfecero, si radios maxime omnium refrangibiles cum minime refrangibilibus comparavero.

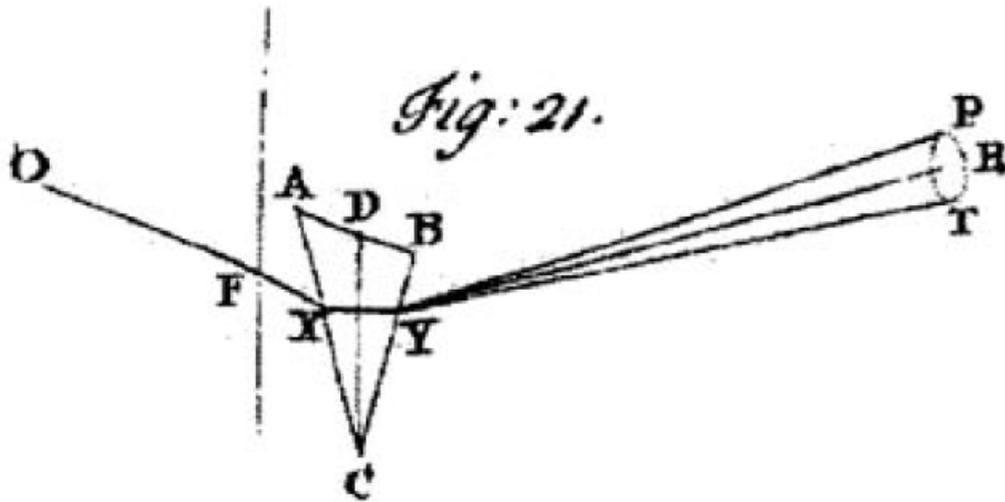
Itaque in fig. 21. sit AB C prisma vitreum ita positum, ut radii tum ingredienti tum egredientes eandem quotitatem refractionis ut prius patiantur.

raggi si effettuano secondo certi rapporti dei seni, e i rapporti di questi seni saranno conosciuti.

Ma l'impresa, poiché ho imparato che la rifrazione di ciascun raggio è la stessa, sia che cada mescolato con raggi eterogenei (come nella luce del sole non ancora rifratta), sia che sia prima separato dagli eterogenei: mostrerò come queste proporzioni si possano ottenere dalla rifrazione della luce solare immediata, determinando innanzitutto le proporzioni dei seni di rifrazione tra loro rispetto allo stesso incidente, e poi confrontandolo con la tasca comune dell'incidente.

E poiché sarebbe facile giudicare le classi intermedie dei raggi, se si conoscessero solo le rifrazioni degli estremi, mi accontenterò di confrontare il più rifrattabile di tutti i raggi con il meno rifrattabile.

e nella fig. 21. Sia AB C un prisma di vetro disposto in modo tale che i raggi entranti e uscenti subiscano la stessa qualità di rifrazione di prima.



Dies autem seligatur splendidus, & cubiculum esto valde obscurum, ut colores usque ad ultima, quæ occupent, spatia distincte fati videri possint.

Si scelga una giornata luminosa e la stanza sia molto buia, affinché si vedano distintamente, fino agli ultimi, i colori che occupano gli spazi del destino.

Tunc ad distantiam viginti pedum aut amplius a prismate, radii excipiantur in papyrum aliquam directe obversam, & spatii a coloribus illuminati (ut P T) longitudo & latitudo mensuretur.

Quindi, a una distanza di venti piedi o più dal prisma, si ricevano i raggi su un foglio di carta direttamente di fronte, e si misuri la lunghezza e la larghezza dello spazio illuminato dai colori (come PT).

Sic prismate adhibito, cujus angulus verticalis A C B fuit $63^{\circ} 12'$, & latitudine foraminis radios intromittentis existente quartâ parte digiti, ad distantiam X P vel X T 22 pedum, inveni maximam longitudinem imaginis P T esse $13 \frac{1}{4}$ dig. circiter, & latitudinem $\frac{25}{8}$, dig.

Utilizzando quindi un prisma il cui angolo verticale A C B era $63^{\circ} 12'$, e la larghezza del foro che ammette i raggi era un quarto di dito, ad una distanza di X P o X T 22 piedi, ho trovato che la lunghezza massima dell'immagine PT era di 13 pollici e $\frac{1}{4}$. circa, e la larghezza $\frac{25}{8}$, dig.

Jam si latitudo hujus imaginis ab ejus longitudine subtrahatur, manebit $10\frac{5}{8}$ digiti pro longitudine, quam habere debuisset, si solis discus (& foraminis F diameter) fuisset infinite parvus; hoc est, si radii advenissent omnes in eadem rectâ O F.

Ista itaque linea $10\frac{5}{8}$ dig. subtendit angulum, quem radii duo similiter incidentes per inæqualitatem refractionis constituunt, quorum alter maxime omnium similiter incidentium & alter minime omnium refringitur, qui proinde angulus ex calculo reperitur 2° , $18'$.

Verum, cum angulus iste binâ refractione ad X & Y conficiatur, & præterea, cum utraque supponatur æqualis, calculus ad hoc negotium fatis accuratus ex unicâ tantum refractione poterit institui, puta quæ conficitur ad latus B C.

Etenim, si verticalis angulus A C B plano D C bisecetur, & alterum prismatis dimidium D C B vel D C A concipiatur tolli, refractione ad alterum dimidium facta, radiis oblique incidentibus in A C & perpendiculariter emergentibus e latere D C, vel perpendiculariter incidentibus in latus D C secundum unicam lineam

Ora, se si sottrae la larghezza di questa immagine dalla sua lunghezza, rimarranno $10\frac{5}{8}$ pollici per la lunghezza che avrebbe avuto, se solo il disco (e il diametro del foro F) fosse stato infinitamente piccolo; cioè se i raggi fossero arrivati tutti per la stessa retta O F

Quindi quella linea è $10\frac{5}{8}$ pollici. sottende l'angolo formato da due raggi similmente incidenti per la disuguaglianza di rifrazione, dei quali uno viene rifratto più di tutti similmente incidenti e l'altro il meno di tutti, il quale angolo si trova quindi col calcolo 2° , $18'$.

È vero, poiché questo angolo è formato da due rifrazioni in X e Y, e inoltre poiché entrambe dovrebbero essere uguali, un calcolo esatto per questo compito del destino può essere stabilito solo da una singola rifrazione, ad esempio quella che viene fatta su il lato B C.

Infatti, se l'angolo verticale A C B è diviso in due dal piano D C, e si concepisce l'altra metà del prisma D C B o D C A allontanata, la rifrazione viene fatta all'altra metà da raggi incidenti obliquamente su A C ed emergenti perpendicolarmente dal piano D C lato D C, o incidente

quandam X Y & oblique
emergentibus e latere B C:
Refractio, inquam, sic ad alterum
dimidium facta, foret semissis
refractionis ad integrum prisma,
si modo unicum quodpiam
radiatorum mediocriter
refrangibilium genus spectetur.

Quinetiam, si cætera omnia
radiatorum genera simul spectentur,
assertio illa, licet non amplius sit
absolute vera, ramen veritati tam
proxime acceder, ut quoad sensum
& calculum mechanicum pro verâ
habcatur.

Pag 58 - 71

Quamobrem, cum refractionis
utriusque ad X & Y peractæ
computatio geometrica ægrius
institui possit, istud more ad
praxin magis accommodato utut
mechanico perficere non verebor;
confisus id mihi vitio verti non
debere, si dum computationes
rebus physicis adhibeo, minutias,
quæ operam moleste & sine sructu
producerent, missas faciam.

Refractionem itaque ex unicâ
tantum parte prismatis
perpendam, & quoniam omnes
radii, demptis mediocriter
refrangibilibus, à dimidio A C D
bis deberent refringi, & semel
tantum ab altero dimidio D C B
perpendiculariter ingressi latus

perpendicularmente sul lato D C
secondo una certa unica linea X
Y e emergente obliquamente
dal lato B C: La rifrazione, dico,
così fatta all'altra metà, sarebbe
la metà della rifrazione all'intero
prisma, se è stato considerato
solo un tipo di raggi
moderatamente rifrattabili.

Inoltre, se si considerano
insieme tutti gli altri tipi di raggi,
tale affermazione, sebbene non
sia più assolutamente vera, si
avvicina così tanto alla verità che
per quanto riguarda i sensi e il
calcolo meccanico è considerata
vera.

Pertanto, siccome il calcolo
geometrico della rifrazione
tanto in X che in Y può essere
stabilito più rigorosamente, non
avrò paura di completarlo in
modo più adatto all'esercizio
della meccanica; fiducioso che
non si rivolga a mia colpa, se,
mentre applico i calcoli alle cose
fisiche, faccio quantità di
minuzie che producono fatica
con fatica e senza estorsione.

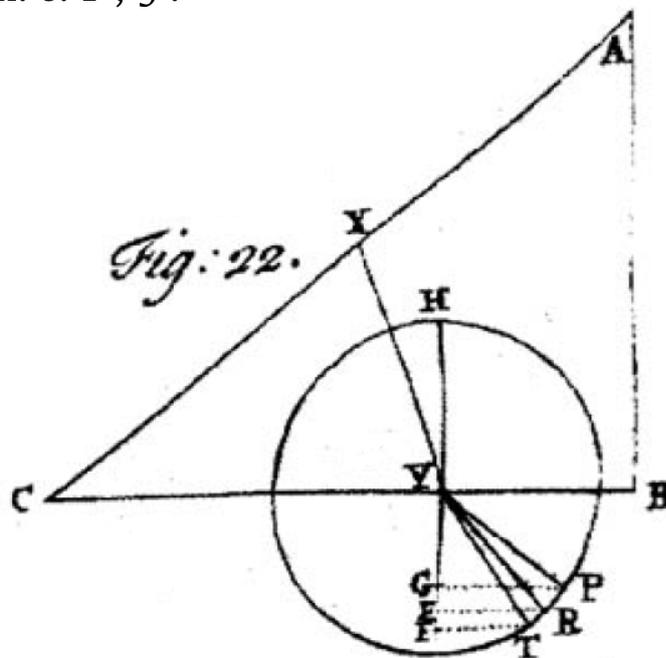
Misuri dunque la rifrazione da
un solo lato del prisma, e poiché
tutti i raggi, essendo
moderatamente rifrattabili,
dovrebbero essere rifratti due
volte dalla metà A C D, e una
sola volta dall'altra metà D C B
essendo entrati

planum D C secundum lineam X Y, itaque in dimidio D C B siat calculus, hoc est, ad latus planum B C.

perpendicolarmente nel piano laterale D C secondo la linea X Y, quindi poniamo il calcolo nella metà D C B, cioè , al piano laterale B C

Supposito quod omnibus radiis secundum eandem lineam X Y allapsis, angulus, quem maxime refrangibiles cum minime refrangibilibus, postquam refringerentur a latere B C, constituerent, foret dimidium anguli P Y T; h. e. $1^{\circ}, 9'$.

Supponendo che tutti i raggi cadano lungo la stessa linea X Y, l'angolo che forma il più rifrattabile con il meno rifrattabile, dopo essere stato rifratto dal lato B C, sarebbe la metà dell'angolo P Y T; H. e. $1^{\circ}, 9'$.



Jam, cum angulus incidentiæ radii X Y ex præmonstratis sit $31^{\circ}, 36'$, & angulus refractionis mediocris $54^{\circ}, 10'$ transferantur hæc omnia in schema 22, ponendo quod C B sit superficies disternans medium vitreum versus A, & aereum versus F, & quod angulus incidentiæ X Y H sit $31^{\circ}, 36'$, eritque angulus refractionis R Y F

Ora, poiché l'angolo di incidenza del raggio X Y dalla premostrata è $31^{\circ}, 36'$, e l'angolo medio di rifrazione è $54^{\circ}, 10'$, tutti questi si trasferiscono nel diagramma 22, assumendo che C B sia la superficie separando il mezzo vetroso verso A, e l'aria verso F, e che l'angolo di incidenza X Y H sia $31^{\circ}, 36'$, e l'angolo di rifrazione R Y F sarà

54°, 10', & angulus P Y T, 1°, 9',
differentia nempe refractionis
inter maxime refrangibiles Y P &
minime refrangibiles Y T.

Qui angulus a radio Y R
mediocriter refracto, & confinium
cærulei & viridis occupante,
bisecatur.

Pag 59 – 72

Ac proin angulus P Y R vel R Y T
erit $34\frac{1}{2}$ min. dimidium totius P Y
T.

Adeoque angulus P Y E 54 grad. $44\frac{1}{2}$
min. & angulus T Y E 53 grad. $35\frac{1}{2}$
min. & eorum sinus P G ac F T
erunt 81656 & 80481, quorum
proportione ad simpliciores
numeros redactâ, erit P G ad T F
ut $69\frac{1}{2}$ ad $68\frac{1}{2}$ circiter.

Ad hunc modum experimenta &
calculus cum sæpius instituerim,
horum sinuum proportiones inter
terminos 67 ad 66, & 72 ad 71
semper obvenerunt, sed ut
plurimum incidi in proportiones
69 ad 68, $69\frac{1}{2}$ ad $68\frac{1}{2}$, & 70 ad 69,
quarum tantilla est differentia, ut
parvi interest quænam adhibeatur.

XXXVIII. Illarum refractionum
sinus ad communem sinum
incidentiæ converuntur

54°, 10', e l'angolo P Y T, 1°, 9', cioè
la differenza di rifrazione tra il
più rifrattabile Y P e il meno
rifrattabile Y T.

Questo angolo è diviso in due
dal raggio moderatamente
rifratto Y R e occupa il confine
del blu e del verde.

E quindi l'angolo P Y R o R Y T
sarà 34,5 min. metà del totale P
Y T

Quindi l'angolo P Y E è 54 gradi.
 $44\frac{1}{2}$ minuti & angolo T Y E 53
gradi $35\frac{1}{2}$ minuto. e il loro seno
P G e F T sarà 81656 e 80481, la
proportione dei quali, ridotta a
numeri più semplici, sarà da P G
a T F approssimativamente da
 $69\frac{1}{2}$ a $68\frac{1}{2}$.

A tal fine, dopo aver effettuato
spesso esperimenti e calcoli, le
proporzioni di questi seni
cadevano sempre tra i limiti di
67 a 66 e di 72 a 71, ma per la
maggior parte cadevo sulle
proporzioni di 69 a 68, $69\frac{1}{2}$ a
 $68\frac{1}{2}$ e da 70 a 69, di cui c'è una
leggera differenza, quindi fa
poca differenza quale viene
utilizzato.

**38. I seni di queste rifrazioni
convergono in un seno
comune di incidenza**

RATIONE sinuum refractionis pro extremis radiorum similiter incidentium generibus sic inventâ, eorum computatio ad sinum incidentiæ simul innotescit; quippe qui paulo ante inventus est 52400, & conferendo hunc 52400 ad sinus 81656 & 80481, eorum ratio in minoribus numeris reperietur $44 \frac{1}{2}$ ad $69 \frac{1}{2}$ & $68 \frac{1}{2}$, aut $44 \frac{1}{4}$ ad 69 & 68 fere.

Refractionibus nempe ex vitro in aere peractis.

Pag 60 - 73

XXXIX. Radiorum, ad oppositas parte ejusdem refringentis superficiem incidentium, sinus sunt reciproce proportionales

Quod si radii è contra ex aere in vitrum similiter incident, proportiones sinuum nullo negotio ex jam inventis eruuntur, utpote quæ sunt reciprocæ.

Sit I communis sinus incidentiæ è vitro in aerem, P sinus refractionis maxime refrangibilium radiorum, R mediocriter refrangibilium, & T minime refrangibilium.

A causa dei seni di rifrazione per i raggi estremi degli stessi tipi di incidenza così trovati, si conosce contemporaneamente il loro calcolo per il seno di incidenza; poiché 52400 è stato trovato poco prima, e aggiungendo questo 52400 alla somma di 81656 e 80481, il loro rapporto in numeri più piccoli si troverà essere $44 \frac{1}{2}$: $69 \frac{1}{2}$ e $68 \frac{1}{2}$, o $44 \frac{1}{4}$ -69 e 68 circa.

Vale a dire, dalle rifrazioni del vetro nell'aria.

39. Per i raggi incidenti da parti opposte della stessa superficie rifrangente i seni sono inversamente proporzionali

Ma se i raggi invece cadono dall'aria nel bicchiere allo stesso modo, le proporzioni dei seni si estraggono senza difficoltà da quelle già trovate, essendo reciproche.

Sia I il seno comune d'incidenza è vetro nell'aria, P il seno di rifrazione dei raggi più rifrattabili, R moderatamente rifrattabile, & T il meno rifrattabile.

Dico, quod ex horum reciproce proportionibus; si $\frac{1}{I}$ ponatur esse sinus incidentiæ ex aere in vitrum, erit $\frac{1}{P}$ sinus refractionis maxime refrangibilium radiorum; $\frac{1}{R}$ sinus refractionis mediocriter refrangibilium, ac $\frac{1}{I}$ minime refrangibilium.

Nam cum sinus incidentiæ radii maxime refrangibilis è vitro in aerem sit I, & sinus refractionis P, radii ejus ex aere in vitrum per easdem lineas retroacti sinus incidentiæ erit P, & sinus refractionis I; siquidem jam radius est incidens, qui prius fuerit refractus.

Est ergo sinus incidentiæ radii maxime refrangibilis, ex aere in vitrum utcunque incidentis, ad sinum refractionis ut P ad I, hoc est (applicando rationes ad P) ut I ad $\frac{1}{P}$; hoc est (applicando ad I denuo) ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{P}$: Et similr argumento constabit ejusmodi sinus radii mediocriter refrangibilis esse ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{R}$, & sinus minime refrangibilis ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{T}$.

Pag 61 - 74

Liquet ergo, quod posito $\frac{1}{I}$ communi sino incidentiæ, erunt

Lo dico da queste reciproche proporzioni; se si assume $1/I$ come seno di incidenza dell'aria nel vetro, $1/P$ sarà il seno di rifrazione dei raggi più rifrattabili; $1/R$ dell'indice di rifrazione del moderatamente rifrattabile e $1/I$ del minimamente rifrattabile.

Infatti, quando il seno dell'incidenza del raggio più rifrattabile dal vetro all'aria è I, e il seno di rifrazione è P, il seno del suo raggio riflesso dall'aria nel vetro lungo le stesse linee sarà il seno dell'incidenza. P, e il seno di rifrazione è I; infatti è già incidente il raggio che precedentemente veniva rifratto.

È quindi il seno dell'incidenza del raggio più rifrattabile, dall'aria al vetro in quanto incidente, al seno della rifrazione come P a I, cioè (applicando i rapporti a P) come I a $1/P$; questo è (applicandolo ancora a I) come da $1/I$ a $1/P$: E con un argomento simile si stabilirà che il seno di tale raggio è moderatamente rifrattabile come da $1/I$ a $1/R$, e il seno meno rifrattabile come da $1/I$ a $1/T$.

È chiaro, quindi, che assumendo $1/I$ sia l'incidenza comune, $1/P$,

$\frac{1}{P}$, $\frac{1}{R}$, & $\frac{1}{T}$ singulorum generum
respective sinus.

XL. Illustratur refractionis vitri

Cum $44\frac{1}{4}$ ad 69 & 68 sit ratio sinus
communis incidentie ad sinus
maxime discrepantium
refractionum e vitro in aerem, erit

$$\text{ut } \frac{1}{44\frac{1}{4}} \text{ ad } \frac{1}{69} \text{ \& } \frac{1}{68}, \text{ five } \frac{69 \times 68}{44\frac{1}{4}}$$

(= 106 fere) ad 68 & 69 .

Hoc est, pro radiis maxime &
minime refrangibilibus,
ut 106 ad 68 & 69 .

XLI. E refractionibus
extremorum generum facile est
de intermediis conjecturam
facere

HISCE sic determinatis, rationes
sinuum pro radiis intermediis
facile determinantur ex cognitis
colorum distantis, quas in
immagine colorata observant.

Sic radii, qui ad cæruleum paulo
magis quam ad flavum vergunt,
cum in mediam imaginem cadant,
intermediam rationem sinuum $44\frac{1}{2}$
ad $68\frac{1}{4}$, vel 106 ad $68\frac{1}{2}$ circiter
habebunt, & sic de aliis.

$1/R$ e $1/T$ saranno rispettivamente
i seni di ciascun gene.

40. Viene illustrata la rifrazione
del vetro

Poiché $44\frac{1}{4}$ - 69 e 68 è il
rapporto tra il seno comune
incidente e il seno di rifrazione
più divergente dal vetro all'aria,
sarà come

$$\frac{1}{44\frac{1}{4}} \text{ a } \frac{1}{69} \text{ e } \frac{1}{68}, \text{ o } \frac{69 \times 68}{44\frac{1}{4}}$$

(= circa 106) a 68 e 69 .

Questo è, per i raggi più e meno
rifrangibili, come da 106 a 68 e
 69 .

**41. Dalle rifrazioni delle classi
estreme è facile fare
congetture su quelle
intermedie**

Così determinati, i rapporti dei
seni per i raggi intermedi si
determinano facilmente dalle
distanze note dei colori che essi
osservano nell'immagine
colorata.

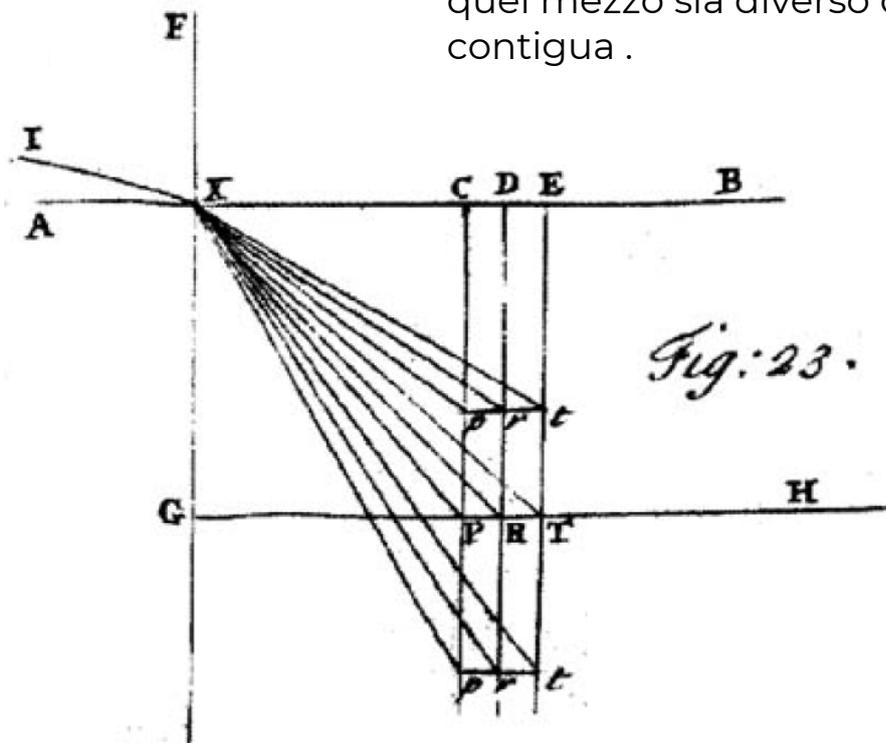
Così i raggi che tendono un po'
più al blu che al giallo, quando
cadono nel mezzo
dell'immagine, avranno un
rapporto intermedio di seno 44

XLII. Theoremate ostenditur, quomodo è refractionibus radiatorum heterogeneorum ad vitrum, vel quodvis medium, inter se determinatis, possunt etiam ad alia quælibet media aeri contigua refractiones, sine novis experimentorum molestiis, inter se determinari

42. Dal teorema si mostra come, mediante le rifrazioni dei raggi eterogenei al vetro, o a qualunque altro mezzo, determinate tra loro, si possono determinare anche tra loro le rifrazioni dell'aria adiacente a qualunque altro mezzo, senza la fatica di nuove esperienze.

Ao eundem modum, quo refractiones ad vitrum determinatæ sunt, id ipsum posset fieri ad alia media; sed e re erit, ut regulam jam ostendam, quâ refractionum istarum mensuræ ex sinibus earum sic ad vitrum determinatis, possunt determinari ad quodlibet aliud medium propositum, idque licet istud sit alii medio quam aeri contiguum.

Allo stesso modo in cui vengono determinate le rifrazioni per il vetro, lo stesso potrebbe essere fatto per altri mezzi; ma sarà infatti, come ho già mostrato la regola, che le misurazioni di queste rifrazioni dalle loro tasche così determinate per il vetro, possono essere determinate per qualsiasi altro mezzo previsto, e che sebbene quel mezzo sia diverso dall'aria contigua.



In fig. 23. sit A B superficies terminans aerem ex parte F, & vitrum ex parte G, ad cujus aliquod punctum X ducatur linea F X G ei perpendiculariter insistens; & præterea concipiatur rectam I X ad angulum I X A infinite parvum duci, secundum quam omnes omnium formarum radii supponantur incidere, & in X refringi, puta maxime refrangibiles versus P, mediocriter refrangibiles versus R, & minime refrangibiles versus T, aliosque intermedios versus intermedias plagas.

Pag 63 – 76

Porro ducatur linea quævis G H parallela ad lineam incidentiæ I X, hoc est, perpendicularis ad F G, ea vero fecet radios in punctis P, R & T, a quibus demittantur P C, R D, ac T E perpendiculares ad refringentem superficiem A B.

His ad vitrum sic determinatis ac descriptis, si quodvis medium in locum vitri jam concipiatur substitui, cæteris stantibus, & radii alicujus mediocriter refrangibilis secundum lineam I X incidentis ad X, refractus X r ducatur secans rectam D R in r.

Quod fieri suppono, siquidem modum, quod mediocriter refrangibilium refractiones ad

Nella fig. 23. Sia A B la superficie che termina l'aria dal lato F, e il vetro dal lato G, fino a qualche punto X del quale sia tracciata perpendicolare la linea F X G; e tracciamo inoltre una linea retta I X fino ad un angolo infinitamente piccolo I X A, secondo la quale si supponga che tutti i raggi di tutte le forme si intersechino, e siano rifratti in X, ad esempio più rifrattabili verso P, moderatamente rifrattabili verso R, e meno rifrangenti verso T, ed altri intermedi verso corse intermedie.

Inoltre, se una linea qualsiasi G H viene tracciata parallela alla linea di incidenza I X, cioè perpendicolare a F G, formerà raggi nei punti P, R e T, da cui si dipartono P C, R D e T E, perpendicolari a la superficie rifrangente A B.

Con queste così determinate e descritte per il vetro, se già si concepisce qualche mezzo da sostituire al posto del vetro, gli altri stanti, e qualche raggio moderatamente rifrattabile secondo la linea I X incidente a X, si disegna la rifratta X r tagliando la linea D R in r.

Ciò suppongo che avvenga, in effetti, nel modo in cui le rifrazioni dei refrattari moderati

media quælibet investigari
possunt, antehac expositi.

Dein per punctum r ducatur recta
p t secans lineas C P & E T in p & t
perpendiculariter, junganturque p
X & t X.

Dico, quod radii maxime
refrangibiles secundum dicta linea
I X incidentis refringentur in
lineam X p, & minime
refrangibiles in lineam X t,
radiique cujusvis speciei, quos
vitrum refringebat, ad quodlibet
punctum P T, illi ad correspondens
punctum rectæ p t per alterum
dictum medium refringentur, quod
pro vitro supponitur substitui;
istis punctis linearum P T & p t
habitis pro correspondentibus, per
quæ recta quævis parallela ipsi D
R transit.

Patet itaque modus, quo
refractiones quorumvis radiorum
ex aere in quodlibet medium
propositum, obliquitate maximâ
incidentium, determinari
poterunt, cognitâ unci tantum
radiorum generis in istud medium
refractione; & proportionibus
sinuum ex obliquissimâ istâ
refractione determinatis,
eorundem radiorum refractiones
dabuntur ad quamlibet aliam
datam incidentiam.

possono essere ricondotte a
qualsiasi mezzo, essendo stato
precedentemente esposto.

Poi per il punto r si traccia una
linea retta p t che taglia
perpendicolarmente le linee C P
& E T in p & t, e si congiungono p
X & t X.

Dico che i raggi più rifrattabili
incidenti lungo detta linea I X
saranno rifratti nella linea X p, ed
i meno rifrattabili nella linea X t,
e i raggi di ogni specie che il
vetro ha rifratto in qualunque
punto PT saranno rifratti il punto
corrispondente della retta p t
dall'altro detto mezzo che si
suppone sostituito al vetro; presi
come corrispondenti questi
punti delle linee P T & p t, per i
quali passa una qualsiasi retta
parallela a se stessa D R.

È dunque chiaro il modo in cui si
possono determinare le
rifrazioni di raggi qualunque
dell'aria proiettati in qualunque
mezzo, per la massima obliquità
di incidenza, conoscendo la
rifrazione di una sola specie di
raggi in quel mezzo; e le
proporzioni dei seni
determinate da questa
rifrazione obliqua, si daranno le
rifrazioni degli stessi raggi per
qualunque altra data incidenza.

XLIII. De theorematis illius certitudine.

HUJUS quidem theorematis certitudinem ab experimentis nondum habeo depromptam, sed cum à veritate vix multum discrepare videatur, nihil veritus sum in presentiâ gratis assumere.

Posthac forte vel experientiâ confirmabo, vel, si falsam invenero, corrigam.

XLIV. De ejusdem calculo instituendo.

CALCULUM quod attinet, is facile potest institui ex hâc proportionalitate, quod sinus incidentiæ radii I X (hoc est, sinus 90 grad.) sit ad sinum refractionis (puta quæ facta sit in lineam X R) sicut X R ad R G.

Sic ad vitrum, erit X R. R G :: 106. 68 $\frac{1}{2}$, & X P. P G :: 106. 68, & X T. T G :: 106. 69, & inde deducetur, quod G P. G R. G T :: 39. 39 $\frac{1}{2}$. 40.

Quæ proportionales semel inventæ possunt in eum sinem asservari, ut earum ope refractiones ad alia media quam vitra determinantur.

43. Sulla certezza di quel teorema.

Non ho ancora accertato sperimentalmente la certezza di questo teorema, ma poiché sembra differire poco dalla verità, non ho paura di presumere nulla per nulla al momento.

D'ora in poi o lo confermerò per esperienza, oppure, se trovo sbagliato, lo correggerò.

44. Impostando lo stesso calcolo.

Per quanto riguarda il calcolo, da questa proporzionalità si può facilmente stabilire che il seno dell'incidenza del raggio I X (cioè il seno di 90 gradi.) sta al seno della rifrazione (supponiamo che sia fatto nel linea X R) come da X R a R G.

Quindi al bicchiere sarà X R. R G :: 106. 68 $\frac{1}{2}$, & X P. P G :: 106. 68, & X T. T G :: 106. 69, e da ciò si dedurrà che G P. G R. G T :: 39. 39 $\frac{1}{2}$. 40

Queste proporzioni, una volta scoperte, possono essere stabilite senza riferimento a lui, così che con il loro aiuto si possono determinare le

rifrazioni di altri mezzi diversi dal vetro.

Nam quolibet medio proposito, sumatur $X E = 40$, $DE = \frac{1}{2}$, & $CD = \frac{1}{2}$, atque perpendiculara $C P$, $D R$, $E T$ erigantur.

Infatti con uno scopo mediocre si prenda $X E = 40$, $DE = 1/2$, & $CD = 1/2$, e si erigano le perpendicolari $C P$, $D R$, $E T$.

Pag 65 - 78

Tunc ex datâ sinuum refractionis radiorum mediocriter refrangibilium proportione, hoc est, ex datâ proportione ipsius $X r$ ad $X D$, dabitur punctum r & longitudo $D r$, cui æquales sunt $C p$ & $E t$: punctisque p ac t sic datis, dantur rationes ipsarum $X p$ & $X C$, hoc est, sinuum incidentiæ & refractionis pro radiis maxime refrangibilibus, ut & rationes ipsarum $X t$ & $X E$, hoc est, sinuum incidentiæ & refractionis pro radiis minime refrangibilibus.

Allora dalla data proporzione della rifrazione dei raggi moderatamente rifratti, cioè dalla data proporzione di $X r$ a $X D$, sarà dato il punto r e la lunghezza $D r$, alla quale stanno $C p$ ed $E t$ uguali: e dati così i punti p e t , sono dati i rapporti degli stessi $X p$ & $X C$, cioè i seni di incidenza e rifrazione per i raggi più rifrattabili, così come i rapporti di $X t$ & $X E$, che sono i seni di incidenza e rifrazione per i raggi meno rifrattabili.

Sic pro superficie aquam & aerem disterrinante, sinus isti sunt ut 68 ad 90 pro minime refrangibilibus, & ut 68 ad 91 pro maxime refrangibilibus proxime.

Pertanto, per la superficie che separa l'acqua e l'aria, questi vani sono approssimativamente da 68 a 90 per il meno rifrattabile e da 68 a 91 per il più rifrattabile.

XLV. Aliud ad idem peragendum theorema.

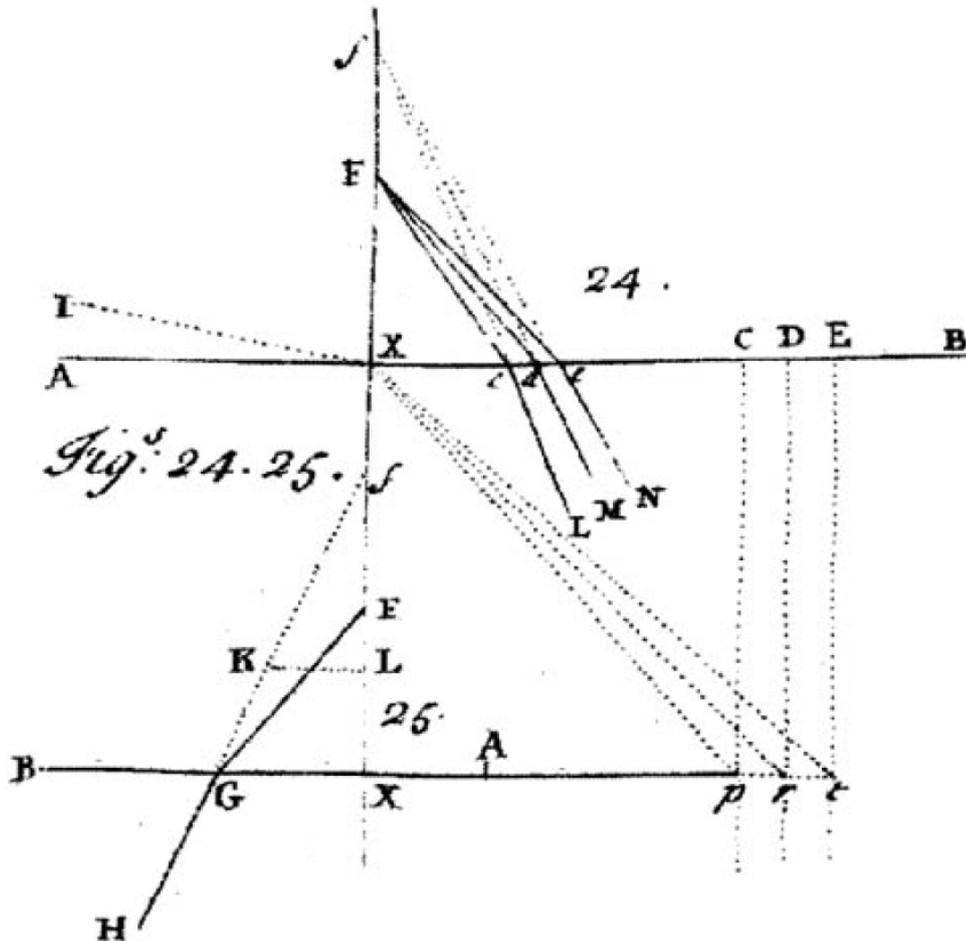
45. Un altro teorema per realizzare lo stesso.

PROPORTIONIBUS linearum $X C$, $X D$, & $X E$ sic inventis, mensura refractionum ex aere in medium

Dalle proporzioni delle linee $X C$, $X D$ e $X E$ così trovate, la misura delle rifrazioni dell'aria su

quodvis propositum, & ad quamlibet incidentiam factarum, per aliud insuper theorema non inelegans determinari potest.

qualsiasi mezzo previsto, e fatte con qualsiasi incidenza, non può essere determinata da nessun altro teorema.



In lineâ F X (fig. 24) ad refringens planum AB perpendiculari sumatur punctum aliquod F, quod lucidum fingatur, ac ducatur quælibet F d secans AB in d, eaque concipiatur esse mediocriter refringibilis radius, cujus refractus ex aere in medium propositum esto d M, qui retroductus fecet F X in f.

Nella linea F X (fig. 24) perpendicolare al piano rifrangente AB, si prenda un punto F, che si rappresenti come una linea retta, e si tracci una qualsiasi F d che interseca AB in d, e si concepisca come una raggio moderatamente rifrangente, la cui rifrazione dall'aria nel mezzo è d M, che farà il retrodotto F X in f.

Porro siat $F d. F e :: X D. X E (:: 39 \frac{1}{2}. 40)$ & $F d. F e :: X D. X C, (:: 39 \frac{1}{2}. 39,)$ centroque F & intervallis $F e$ & $F c$ describantur circuii secantes $A B$ in e & c , junganturque $F e, F c, f e, f g$, & producantur $f e$ & $f c$ indefinite versus N & L .

Dico jam, si radius minime refrangibilis incidat secundum lineam $F e$, quod iste refringetur in lineam $e N$; & si maxime refrangibilis incidat secundum $F c$, quod iste refringetur secundum $c L$, & sic radii quorumlibet intermediorum generum manantes a puncto F , & in puncta sibi correspondentia inter c & e incidentes, ita refringentur a medio proposito, quasi manassent omnes a puncto f ; istis punctis inter C & E atque c & e habitis pro correspondentibus, quorum distantiae ab X & F respective, sunt in eadem ratione cum $D X$ & $d F$.

Cujus theorematis demonstrationi praesternantur duo Iemmata sequentia.

XLVI. Ad ejus theorematis demonstrationem.

Inoltre, sia $F d. F e :: X D. X E (:: 39\frac{1}{2}. 40)$ & $F d. F e :: X D. X C, (:: 39\frac{1}{2}. 39,)$ con centro F e gli intervalli $F e$ & $F c$ sono descritti cerchi che tagliano $A B$ in e & c , e congiungono $F e, F c, f e, f g$, & sono prodotti $f e$ & $f c$ indefinitamente rispetto a N & L .

Ho già detto che se il raggio meno rifrattabile cade lungo la linea $F e$, verrà rifratto nella linea $e N$; e se il più rifrattabile cade secondo $F c$, che è rifratto secondo $c L$, e così i raggi di qualunque specie intermedia emananti dal punto F , e incidenti sui punti a loro corrispondenti tra c ed e , sono così rifratti dall'oggetto centrale, come se emanassero tutti dal punto f ; considerando come corrispondenti questi punti tra C & E e c & e , le cui distanze rispettivamente da X & F sono nello stesso rapporto di $D X$ & $d F$.

Per la dimostrazione del cui teorema vengono presentati i due Lemmi seguenti.

46. Per la dimostrazione del suo teorema.

L E M M A I

DUOBUS punctis c, d in lineâ
quâpiam A B (fig. 24.) sumptis, &
aliis duobus f & F in ejus
perpendicularo F X, junctisque f d, F
d, f c & F c, differentia
quadratorum a duobus f d & F d
concurrentibus ad d æquabitur
differentiæ quadratorum ab aliis
duobus f c & F c concurrentibus ad
c.

Prendendo due punti c, d sulla
linea A B (fig. 24.), e due altri
punti f e F sulla sua
perpendicolare F X, e
congiungendo f d, F d, f c e F c,
la differenza dei quadrati dei
due f d & F d convergente a d
sarà uguale alla differenza dei
quadrati degli altri due f c & F c
convergente a c.

Pag 67 – 80

Nam, cum $f d q = f X q + X d q$, & $F d q = F X q + X d q$, erit differentia
 $f d q - F d q = f X q - F X q$, & ob
eandem rationem erit differentia $f c q - F c q = f X q - F X q$.

Infatti quando $f d q = f X q + X d q$, & $F d q = F X q + X d q$, la
differenza sarà $f d q - F d q = f X q - F X q$, e per la stessa ragione
la differenza sarà $f c q - F c q = f X q - F X q$.

Quare dictæ differentiæ sic
æquales eidem tertio sunt æquales
inter se.
Q. E. D.

Perciò le dette differenze sono
in terzo luogo uguali tra loro.
Q.E.D.

XLVII. L E M M A II

SI radius aliquis F G (fig. 25.)
incidat in superficiem A B &
refringatur versus H, linea G H
reducta ut secet perpendicularum
F X in f, dico, quod $f G. F G ::$
sinus incidentiæ ad sinum
refractionis.

Se un raggio qualsiasi F G (fig.
25.) cade sulla superficie A B e si
rifrange verso H, si tira indietro
la linea G H in modo da tagliare
la perpendicolare F X in f, dico
che $f G. F G ::$ il seno di incidenza
a il seno di rifrazione.

Et è contra, si $f G. F G :: \sin.$
 incidentiæ ad sinum refractionis,
 erit $f G H$ refractus ipsius $F G$.

Etenim sumatur $f K = F G$, &
 demittatur $K L$ perpendicularis ad
 $F X$; quo facto cum angulus $G F X$
 æquetur angulo incidentiæ, &
 angulus $G f X$ angulo refractionis,
 erit $G X$ sinus incidentiæ, & $K L$
 sinus refractionis, habito respectu
 ad circulum cujus semidiameter
 sit $F G$ vel $f K$; sed $f G. f K :: G X.$
 $K L$, hoc est $f G. F G :: G X. K L$.
 Q. E. D.

E al contrario se $f G. F G :: \sin.$
 incidente al seno di rifrazione, f
 $G H$ sarà rifratto di $F G$

Si prenda infatti $f K = F G$, e si
 abbassi $K L$ perpendicolare a $F X$
 ; nel qual caso, quando l'angolo
 $G F X$ è uguale all'angolo di
 incidenza, e l'angolo $G f X$
 all'angolo di rifrazione, $G X$ sarà
 seno di incidenza, e $K L$ seno di
 rifrazione, avendo riguardo al
 cerchio il cui semidiametro è $F G$
 o $f K$; ma $f G f K :: G X. K L$,
 questo è $f G. F G :: G X. K L$
 Q.E.D.

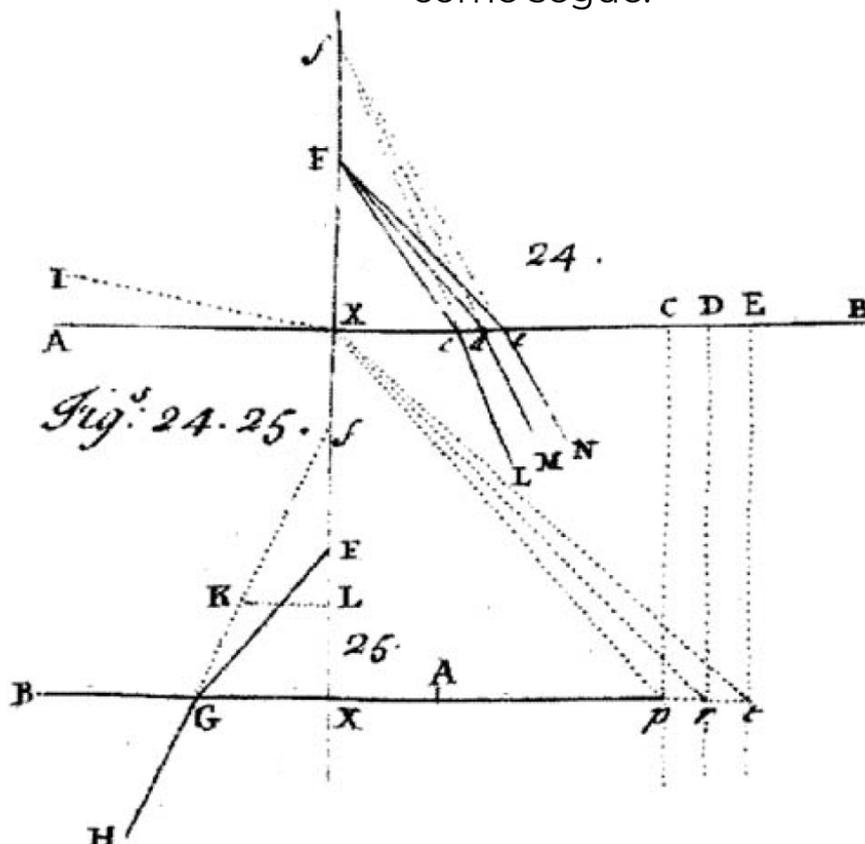
Pag 68 - 81

XLVIII. Demonstratio.

48. Dimostrazione.

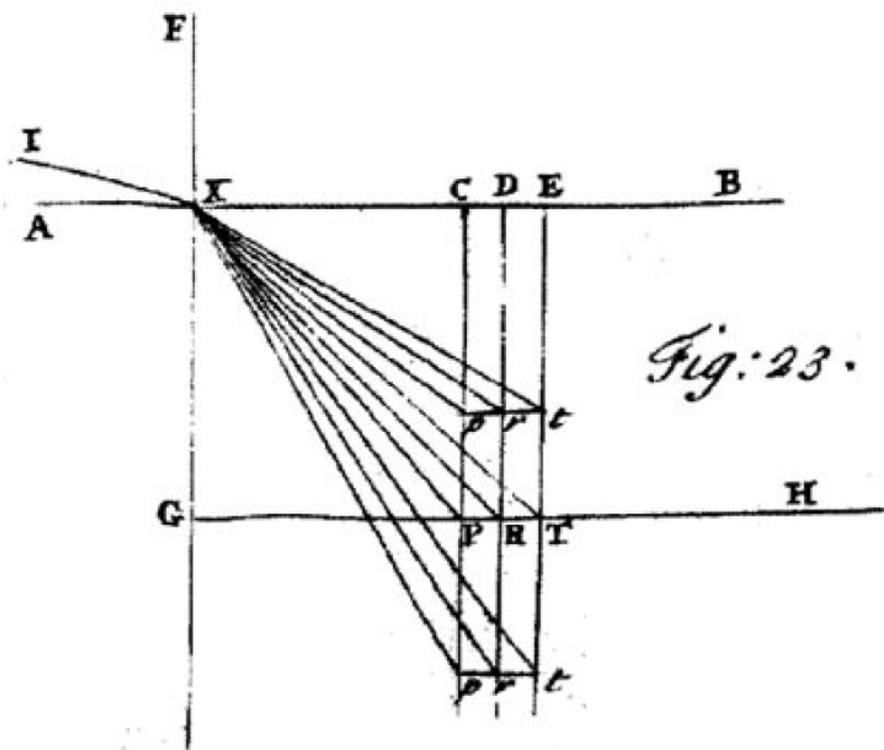
HIS præmissis theorema
 propositum sic demonstratur.

Date queste premesse, il
 teorema proposto si dimostra
 come segue.



In fig. 24. ducatur I X obliquissima
 linea, secundum quam radii
 omnium formarum ex aere ad X
 incidere ponantur, & in medium
 propositum refringi; maxime
 refrangibiles versus p, & minime
 refrangibiles versus t, eosque
 lineæ ad puncta D, C & E
 normaliter erectæ secant in
 punctis r, p ac t, ut explicabatur ad
 fig. 23.

Nella fig. 24. Sia I X la linea più
 obliqua, secondo la quale si
 suppone che i raggi di tutte le
 forme provenienti dall'aria si
 intersechino in X e siano rifratti
 nel mezzo previsto; il più
 rifrattabile verso p, e il meno
 rifrattabile verso t, e le linee ai
 punti D, C & E normalmente
 erette li tagliano nei punti r, p e
 t, come spiegato in fig. 23.



Jam, cum istorum radiorum sinus
 incidentiæ & refractionis
 statuantur esse ut X r ad X D, X p
 ad X C, & X t ad X E respectaive, si
 præterea demonstratum fuerit,
 quod f d ad F d, f c ad F c, & f e ad
 F e respective sint in eâdem
 ratione, (hoc est, quod f d. F d :: X
 r. X D :: sinus incidentiæ ad
 sinum refractionis radiorum

Ora, poiché il seno di incidenza e
 di rifrazione di questi raggi è
 determinato essere
 rispettivamente X r su X D, X p
 su X C e X t su X E, se è stato
 ulteriormente dimostrato che f
 d su F d, f c su F c, & fe e F e
 siano rispettivamente nello
 stesso rapporto, (cioè che f d. F d
 :: X r. X D :: seno di incidenza

mediocriter refrangibilium, & f c. F c :: Xp. X C :: sinus incidentiæ ad sinum refractionis radorum maxime refrangibilium) constabit propositum ex lemmate secundo.

Et mediocriter refrangibiles quod attinet, cum f d supponatur refractus ipsius F d, erit (per lemma secundum) f d ad F d ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis, hoc est, ut X r ad X D.

Sed eadem proportionalitas in cæteris radorum generibus jam demonstranda proponitur, puta quod sit f c. F c :: X p. X C.

Scilicet est F c. F d :: X C. X D, ut & F d. f d :: X D. X r per hypothesin.

Pag 69 – 82

Quare permutando & connectendo rationes æquales, est F c. X C :: F d. X D :: f d. X r, & quadrando F c q. X C q :: F d q. X D q :: f d q. X r q, diminuendoque per terminos æqualis rationis, F c q. X C q :: f c q. C p q + X C q (X p q), denique terminorum radices extrahendo, permutandoque, est f c. F c :: X p. X C.

rispetto al seno di rifrazione dei raggi moderatamente rifrattabili, & f c. F c :: Xp. X C :: seno di incidenza al seno della rifrazione dei raggi più rifrattabili) consisterà nello scopo del secondo lemma.

E riguardo alla media dei rifrangibili, quando si suppone che f d sia la rifratta di F d, sarà (per il secondo lemma) da f d a F d come seno di incidenza rispetto al seno di rifrazione, cioè come Xr a XD

Ma già si propone di dimostrare la stessa proporzionalità negli altri tipi di raggi, per esempio che sia f c. F c :: X p. X secolo

Naturalmente è F c. F d :: X C. X D, come & F d. f d :: X D. X r per ipotesi.

Pertanto, scambiando e collegando rapporti uguali, è F c. X C :: F d. X D :: f d. X r, & elevando al quadrato F c q. X C q :: F d q. X D q :: f d q X r q, e diminuendo secondo i termini di un rapporto uguale, F c q. X C q :: f c q. C p q + X C q (X p q), infine, estraendo le radici dei termini e permutandole, è f c. F c :: X p. X secolo

ipsum ad alias superficies aeri ex parte neutrâ contiguas fieri, sunt (in fig. 26.) $A B b H$ & $a b n m$, duo quaelibet media secundum planam superficiem $H b$ contigua & aere circumdata, sitque $A B$ planum ipsi $H b$ parallelum, & in eo sumatur punctum X , ad quod ducatur XV perpendicularis, & IX obliquissima linea secundum quam (ut jam ante) radii omnium formarum incidant, & pro gradu refrangibilitatis refringantur ad P , R , & T , aliaque inter media loca.

Pag 70 - 83

Horum radiorum, in propositam superficiem $a b$ sic incidentium, refractiones jam quærantur, & cum refractiones mediocriter refrangibilium ad quaslibet superficies fuerint antehac expositæ, radii $X R$ sit refractus $R M$, & is retroducatur, donec fecet perpendicularum $X V$ in f , & insuper ducantur $f P$, $f T$, & producantur ad L & N .

Dico, quod $P L$ erit refractus ipsius $X P$, ac $T N$ ipsius $X T$, atque omnes aliarum fornarum radii incidentes inter P ac T ita refringentur, ut postea divergant a puncto f .

Concipiatur enim, quod medium $a b n m$ longius versus $a m$ producitur quam medium $A B b H$, ita ut cjus plani $a H b$ pars inter H

reso contiguo ad altre superfici dell'aria dal lato neutro, siano (in fig. 26.) $A B b H$ & $a b n m$, due mezzi ciascuno secondo la superficie piana $H b$ contigua e circondato dall'aria, e sia $A B$ un piano parallelo alla stessa $H b$, e in esso si prenda il punto X , al quale si traccia la XV perpendicolare, e la IX linea più obliqua secondo la quale (come già prima) i raggi di tutte le forme cadono e, a seconda del grado di rifrattibilità, vengono rifratti in P , R e T e in altri luoghi intermedi.

Si cerchino così le rifrazioni di questi raggi incidenti sulla superficie proposta $a b$, e poiché le rifrazioni delle superfici moderatamente rifrattabili sono state precedentemente esposte, si rifragga il raggio $X R$ $R M$, e lo si riporti indietro fino a formare una perpendicolare $X V$ in f , e inoltre siano prodotti $f P$, $f T$, & in L & N

Dico che PL sarà la rifrazione di $X P$, e $T N$ di $X T$, e che tutti i raggi degli altri raggi incidenti tra P e T saranno rifratti in modo che poi divergano dal punto f .

Si consideri infatti che il mezzo $a b n m$ si prolunghi più verso $a m$ del mezzo $A B b H$, così che la parte del piano $a H b$ compresa

& a sit aeri contigua, & ad aliquod in eo punctum F ducatur perpendicularis F g, nec non obliquissima linea j F, secundum quam radii omnium formarum incidant, & pro gradu refrangibilitatis refringantur ad p, r, t, locaque intermedia, perinde ut effectum erat ad alterius medii superficiem A B.

Præterea sumatur F D = G R, & ducatur D r ipsi F g parallela, ut fecet radium F r in r, unde r g demittatur ad F g normalis, aliosque radios F p & F t secans in p ac t.

Jam, cum sit g r = G R, erit etiam g p = G P, & g t = G T ex ostensis ad fig. 23; & insuper ex ostensis ad fig. 18, cum radiorum secundum I X & j F lineas parallelas incidentium eadem sit refractio in medium a b n m, sive immediate ingrediantur ex aere sicut sit ad F, sive prius permeent aliud medium ut A B, b H parallelis planis terminatum: sequitur, quod radii, alterutro modo refracti in dictum medium a b n m, sunt paralleli radiis homogeneis altero modo in idem medium refractis, hoc est, quod F p ad P L, F r ad R M, & F t ad T N paralleli.

Pag 71 - 84

Quapropter, si refracti radii P L, R M ac T N retroducantur, donec

tra H & a sia contigua all'aria, e a qualche punto F in essa la perpendicolare Si traccia F g, né la linea più obliqua j F, secondo la quale cadono i raggi di tutte le forme, e secondo il grado di rifrattibilità si rifrangono in p, r, t e luoghi intermedi, proprio come era l'effetto sulla superficie A B di un altro mezzo.

Sia inoltre F D = G R, e si conduca D r parallela alla stessa F g, in modo da formare il raggio F r in r, donde r g si abbassa alla normale F g, e tagliando gli altri raggi F p & F t in p ac t.

Ora, poiché g r = G R, sarà anche g p = G P, & g t = G T come mostrato in fig. 23; & inoltre, da quanto mostrato in fig. 18, poiché i raggi dei raggi lungo le linee parallele d'incidente I X & j F hanno la stessa rifrazione nel mezzo a b n m, sia che entrino direttamente dall'aria come in F, sia che passino prima per un altro mezzo come A B, b H delimitati da piani paralleli: ne consegue che i raggi, in un modo o nell'altro rifratti nel detto mezzo a b n m, sono paralleli a raggi omogenei rifratti nel medesimo mezzo nell'altro modo, cioè F p a P L, F r a R M, & F t parallelo a T N.

Se dunque si tirano indietro i raggi rifratti P L, R M e T N fino a

singuli occurrunt perpendiculo G X, cum eo & basibus G P, G R ac G T constituent triangula similia triangulis g p F, g r F, & g t F, imo & ipsis æqualia, siquidem eorum bases g p & G P, g r & G R, g t & G T sibimet respective sint æquales.

Quare, cum horum triangulorum vertices conveniant ad idem punctum F, illorum etiam vertices ad idem aliquod punctum f convenient; hoc est, radii P L, R M ac T N, ipsorum X P, X R & X T refracti, divergent omnes ab eodem puncto f. Q E. D.

L. Theorema illud notis quibusdam promovetur.

OSTENSO hoc, sequentia obveniunt notanda.

1. Quod proportionales sinuum incidentiæ & refractionis, ad superficiem H b factæ, ex his facile determinantur.

Pag 72 - 85

Nam pro radiis maxime refrangibilibus f T ad X T, &c.

2. HINC si proportionales sinuum refractionis ex aere in duo quælibet media proposita paribus incidentiis, dentur, proportionales sinuum refractionis ex altero

incontrare ciascuno la perpendicolare G X, con essa e le basi G P, G R e G T costituiranno triangoli simili ai triangoli g p F, g r F, & g t F anzi uguali a se stessi, poiché le loro basi g p & G P, g r & G R, g t & G T sono rispettivamente uguali tra loro.

Pertanto, quando i vertici di questi triangoli si incontrano nello stesso punto F, anche i loro vertici si incontrano in qualche punto f; cioè i raggi P L, R M e T N, rifratti da X P, X R e X T, divergono tutti dallo stesso punto f. Q.E.D.

50. Questo teorema è sostenuto da alcuni fatti.

Alla luce di ciò vale la pena sottolineare i seguenti punti.

1. Che da queste si determinano facilmente le proporzioni dei seni di incidenza e di rifrazione, fatte alla superficie H b.

Per i raggi più rifrattabili da f T a X T, ecc.

2. Se qui si danno le proporzioni dei seni di rifrazione dall'aria in due mezzi qualsiasi proposti con uguale incidenza, si daranno facilmente le proporzioni dei

mediorum in alterum facile dabuntur, dividendo nempe sinus posterioris medii per correspondentes sinus anterioris.

Sic cum refractio sit ex aere in vitrum, dicti sinus sunt ut 68, $68\frac{1}{2}$, 69; & cum sit ex aere in aquam, sunt ut 90, $90\frac{1}{2}$, 91.

Ergo cum sit ex aquâ in vitrum erunt ut

$$\frac{68}{90}, \frac{68\frac{1}{2}}{90\frac{1}{2}}, \frac{69}{91}$$

hoc est ut 281, $281\frac{1}{2}$, 282 fere.

3. SI tertium aliquod medium aere denfius postponatur medio a b n m, contingens illud in superficie m n, quæ concipiatur plana ipsisque A B & a b parallela, & si radii divergentes a puncto f (sicut modo ostensum erat) in illud incidant ad puncta L, M & N; postquam in iisdem refringuntur, divergent rursus ab alio quodam puncto x quod situm est: in perpendicularo X G.

Et sic præterea in infinitum, quotcunque licet media parallelis planis ab invicem discreta, sese ordine sequantur.

Quod si aer immediate succedat medio a b n m, punctum istud x, a quo emergentes radii tendunt, situm erit ad V in ipsâ refringente

seni di rifrazione dall'uno all'altro mezzo, cioè dividendo il seno posteriore del mezzo dal corrispondente seno anteriore.

Così quando la rifrazione è dall'aria al vetro, detti seni sono come 68, $68\frac{1}{2}$, 69; e quando è dall'aria all'acqua, sono come 90, $90\frac{1}{2}$, 91.

Perciò quando passerà dall'acqua al bicchiere saranno come

$$\frac{68}{90}, \frac{68\frac{1}{2}}{90\frac{1}{2}}, \frac{69}{91}$$

questo è circa 281, $281\frac{1}{2}$, 282.

3. SE qualche terzo mezzo d'aria è posto sotto il centro a b n m, tangente alla superficie m n, la quale si concepisce piana e parallela ad A B & a b, e se i raggi divergenti dal punto f (come è stato appena mostrato) cadono su di esso nei punti L, M e N; dopo essersi rifratti nella stessa, divergono di nuovo da un altro certo punto x che è situato: nella perpendicolare X G.

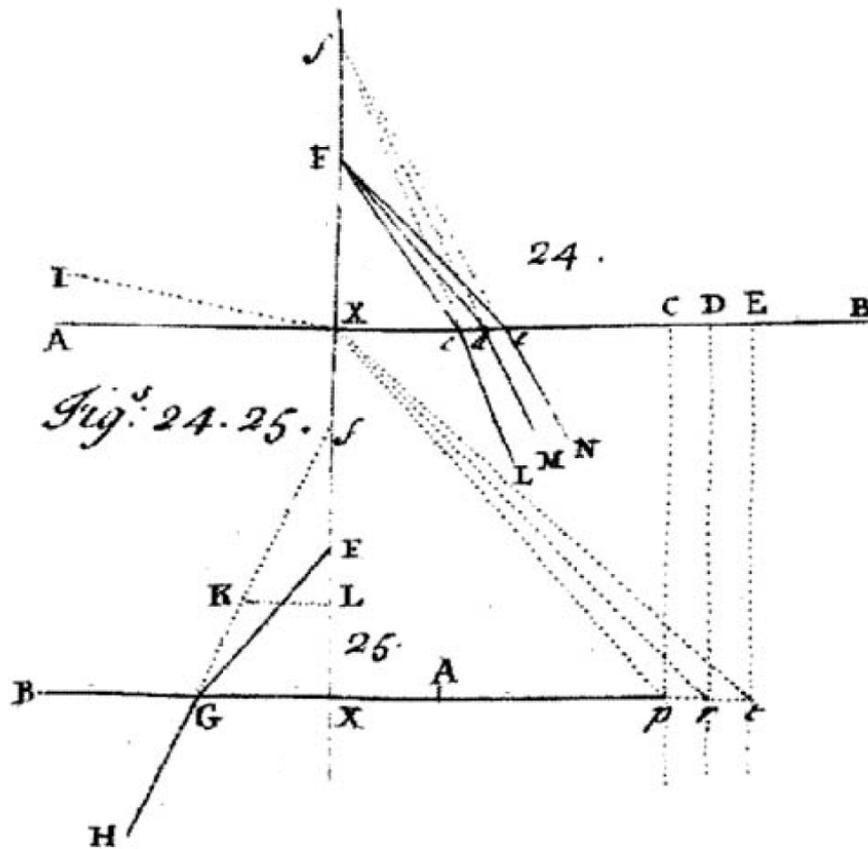
E così via all'infinito, tanti piani paralleli quanti possono essere separati l'uno dall'altro, si susseguono nell'ordine.

Ma se l'aria riesce subito in mezzo a b n m, quel punto x, da cui tendono i raggi uscenti, sarà situato in V nella superficie

superficie, propterea quod emergent paralleli ad summe obliquam lineam IX, secundum quam primum incidebant ex aere, si modo emergere dicantur, qui nunquam divaricabant a refringenti superficie.

rifrangente stessa, per la ragione che emergono parallelamente alla linea più obliqua 9, secondo a cui prima caddero dall'aria, se solo si dice che emersero, che non si separarono mai dalla superficie rifrangente.

Pag 73 - 86



4. SI radii ab aliquo puncto F, in aere sito, divergentes, tendant ad puncta c, d, e, eo more quem ad schema 24 explicui, & per varia deinde plana refringentia ipsique A B parallela transeant, semper divergent omnes ab eodem aliquo puncto, quod situm est in perpendicularo planorum per punctum F transeunte, non secus quam si incidissent in planum A B, advenientes in obliquissimâ lineâ I

4. SE i raggi, divergendo da qualche punto F, situato nell'aria, tendono ai punti c, d, e, nel modo che ho spiegato nel diagramma 24, e poi passano per vari piani rifrangenti e sono paralleli ad A B, divergono sempre tutti dallo stesso punto, che è situato sulla perpendicolare dei piani passanti per il punto F, non diversamente che se fossero caduti sul piano A B, arrivando

X; & longitudines radiorum,
punctis refringentibus dictoque
perpendiculo interceptorum, sunt
ut sinus incidentiæ & refractionis
ad singula plana, quæ respiciunt.

Quarum assertionum
demonstrationes, cum facile
eruantur è prædictis, prætermitto,
ne nimius in hac re videar.

SECTIO

Parte Prima

De mensura refractionum

FINE Sezione II

nella linea più obliqua I X; e le
lunghezze dei raggi, intercettati
dai punti di rifrazione e dalla
cosiddetta perpendicolare, sono
come il seno di incidenza e di
rifrazione rispetto a ciascuno dei
piani ai quali sono rivolti.

Dimostrazioni di tali asserzioni,
poiché facilmente estraibili da
quanto sopra, le preterminerò,
per non vedere troppo in questa
faccenda.

Sezione